ІОГ. ФРИДЕРИКА ВЕЙДЛЕРА

ГЕОМЕТРІЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРАКТИЧЕСКАЯ,

ПЕРЕВЕДЕННАЯ

съ

ЛАТИНСКАГО ЯЗЫКА

МАГИСТРОМЪ

Дмитрїемъ Аничковымъ.



Печатана при Императорскомъ Московскомъ Университетѣ 1765. году.

3-й экз.



ГЕОМЕТРІЯ

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ЕВТИМЕТРІЯ,

или

О

ИЗМѢРЕНІИ ЛИНѢЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. 1.

Геометрія есть наука о величинѣ, или пространствѣ, въ длину, ширину и толщину протяженномъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ II.

§. 2. Протяженія, или количества не прерывнаго суть три рода: 1. *линѣя* (linea), есть одна длина, и простое протяженіе въ длину, ширины не имѣющее. 2. *поверьхность* (ſuperficies) есть такое протяженіе въ длину и ширину, которое отъ движенія линѣй происходитъ, и линѣями такъ какъ предѣлами ограничивается 3. *тѣло* (corpus), или *толстота* (ſolidum), есть протяженіе

вѣ длину, ширину и толщину; или такое пространство, которое движенїемѣ нѣкоторой поверьхности опредѣляется, и ограничивается со всѣхѣ сторонѣ поверьхностьми.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ III.

§. 3. Сїи три вида протяженїя, то есть, длина, ширина и толщина, называются *тремя измѣренїями* (tres dimensiones) величины.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 4. Чего для линѣя одно измѣренїе, поверьхность два, толстота три измѣренїя имѣетѣ.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ IV.

§. 5. Три вида протяженїя доказываютѣ то, что суть три части Геометрїи. Первая часть *Ептиметрїя* (Euthymetria), разсуждаетѣ о линѣяхѣ; кѣ ней же принадлежитѣ и *Тригонометрїя* (Trigonometria), или такая наука, которая показываетѣ рѣшенїе разныхѣ задачѣ, вѣ разсужденїи треугольниковѣ; вторая часть *Елиледометрїя* (Epipedometria) учитѣ измѣренїю поверьхностей; третья часть *Штереометрїя* (Stereometria) показываетѣ измѣренїе всякой толстоты.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 6. Вѣ преподаванїи Геометрїи Теорїя также сѣ толкованїемѣ Практики соединяется по самой справедливости, какѣ для того, чтобѣ употребленїе всякой истинны скорѣе показать, такѣ и для того, чтобѣ правила для рѣшенїя задачѣ, изѣ истиннѣ прежде показанныхѣ, яснѣе видѣть можно было, что вѣ сихѣ начальныхѣ основанїяхѣ и наблюдаемо будетѣ.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ V.

§. 7. *Точка* (punctum) есть предѣлѣ линѣи.

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 8. Имя *точки* есть слово Техническое, и употребляется только при означеніи концовъ линѣи, какъ то изъ третьяго опредѣленія Эвклид. сочин. видно, гдѣ концы линѣи называются *точками*, и первое описаніе, по которому называется точкою то, что никакихъ частей не имѣетъ, хотя и порочатъ многіе; однако изъ третьяго опредѣленія тогожъ Эвклида должно изъяснено быть.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VI.

§. 9. *Прямая линѣя* (linea recta) есть, которая ровно состоитъ между своими точками, или коей всѣ части къ тойже последней точкѣ прямо простираются. *Кривая линѣя* (linea curua) есть, коей части не ровно состоятъ между крайними точками. Происхожденіе линѣи, чрезъ движеніе не раздѣльной точки, которую въ умѣ представляемъ, обыкновенно изъясняется.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 10. Слѣдовательно прямая линѣя есть самое кратчайшее протяженіе между двумя точками.

ПОЛОЖЕНІЕ I.

§. 11. Понеже, для измѣренія большихъ линѣй, мѣрою должны приняты быть нѣкоторыя меньшія линѣи (§. 3. предув.); того ради потребно, чтобъ сіи мѣры обстоятельно опредѣлены были. И такъ въ Геометріи мѣрою линѣй должна принята быть *сажень*, или *рута* (decempeda, siue Pertica), раздѣленная на 10 футовъ; для *фута жъ* (pedem) 10 дюймовъ, а для *дюйма* (digitum, vel pollicem) 10 *линѣй*, или

гранов (lineas, vel grana) опредѣлить должно. Знакъ сажени пусть будетъ (°), фута ('), дюйма (''), линѣи ('''). Изобрѣтенїе сихъ десятичныхъ мѣръ Такветъ приписываетъ Сим. Стевину *Ариѳм.* стран. 233. Но Валлизїй *предуп. Алгеб.* стран. 2. за изобрѣтателя оныхъ почитаетъ Іог. Кенисгбергца.

ПРИМѢЧАНIЕ 1.

§. 12. Чтобъ величина сей сажени извѣстна была, во первыхъ надлежитъ опредѣлить долготу фута, которой, по обыкновенїю употребляющихъ, весьма различенъ сталъ быть. Чего ради художники употребили свое старанїе о томъ, чтобъ имѣть извѣстную пропорцїю футовъ вездѣ употребительныхъ, въ чемъ давно уже трудился Виллебрордъ Снеллїй *Ератосѳена Голландскаго* кн. 2. гл. 2. и 4. Онъже стран. 130. утверждаетъ, что Рейнландской, или Лейденской футъ равенъ древнему Римскому футу, и раздѣливъ Рейнландской футъ на 1000 частей, для прочихъ опредѣляетъ подобныя соотвѣтсвующїя части. Но какъ самъ Снеллїй явнымъ образомъ признался въ томъ стран. 141. что онъ не могъ получить обстоятельныхъ мѣръ многихъ иностранныхъ футовъ: то не можно и утверждаться на числахъ отъ него назначенныхъ. Чего ради не безполезно будетъ здѣсь предложить содержанїя нѣкоторыхъ футовъ, отъ другихъ найденныя. Лондонской и Парижской футъ содержатся между собою, какъ 15:16. Сравненїе Парижскаго и древняго Римскаго фута, Гассендъ кн. 5. о Пїерес. стран. 131 изобразилъ чрезъ числа 1000 и 906. Гевелїй *предуп. о описанїи луны* стран. 12. пропорцїю Гданскаго, Рейнландскаго и Парижскаго футовъ изображаетъ, какъ 914:1000:1055. Пикартъ *путеш. Уран.* стран.

стран. 2 вмѣсто содержанія футовъ Парижскаго, Лейденскаго, или Рейнландскаго и Дацкаго, употребляетъ слѣдующія числа: 720:696:709. Онъже въ тракт. *о мѣрахъ*, присовокупилъ пропорцію слѣдующихъ футовъ: Гданскаго 636, Булонскаго Итал. 843, Шведскаго $658\frac{1}{4}$, Брисельскаго $609\frac{3}{4}$, Амстердамскаго 629, Римскаго Капитолинскаго 653, и Римскаго пальма $494\frac{1}{4}$. Іог. Ейсеншмидъ, *о вѣсахъ и мѣрахъ древнихъ Римлянъ, Грековъ и Жидовъ*, стран. 93. и слѣд. Парижскаго, Рейнландскаго, Лондонскаго и Римскаго футовъ такія пропорціи имѣетъ, какъ 1440:1391:1350:1320. Байэръ *кабинет. Китай. предуп.* стран. 134. Китайскаго и Парижскаго фута содержаніе подтверждаетъ быть слѣдующее, какъ 676:639. Притомъ см. ле Комтъ *о нынѣшнемъ состояніи Китая*, т. II. стран. 82. Сравненіе жъ Римскаго фута съ другими употребительнѣйшими опредѣляетъ Рикціолъ, *исправл. Геогр.* кн. 2. гл. 2.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 13. Такимъ образомъ, знавъ содержаніе двухъ футовъ и оныхъ сумму, которую какая линѣя въ себѣ содержитъ, можно будетъ найти число футовъ другаго роду, содержащихся въ тойже линѣѣ. Но для рѣшенія сей задачи, должно употреблять тройное правило возвратительное (§. 166. Ариѳм.). Ибо чѣмъ больше какого фута долгота, тѣмъ меньшее число тѣхъ футовъ будетъ содержать какая линѣя. На пр. Дано 500 Лондонскихъ футовъ, требуется сыскать соотвѣтствующія имъ числа въ Парижскихъ футахъ. Понеже содержаніе Лондонскаго и Парижскаго фута есть, какъ 15:16, то должно поступать обратнымъ образомъ, $16:15 = 500:468\frac{3}{4}$.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 14. Въ Саксоніи Дрезденской и Лейпцигской футы сверьхъ прочихъ въ употребленіи, и 15 футовъ Лейпцигскихъ составляютъ Саксонскую сажень;

нашъ же футъ раздѣляется на 12. дюймовъ. Для употребленія жъ Практическаго, какъ сія, такъ и другая всякая сажень обыкновенно раздѣляется на десять частей, и десятая часть оной на десять дюймовъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 15. Геодезистъ, желающій безъ ошибки вымѣрять линѣи на полѣ, долженъ имѣть при себѣ *землемѣрную цѣпь* (catenam metatoriam), составленную изъ мѣдныхъ, или желѣзныхъ звеньевъ, посредственной толщины, и чтобъ каждое звено длиною было въ одинъ футъ, или въ половину онаго, а вся сажень по крайней мѣрѣ состояла изъ пяти саженъ, на свои знаки раздѣленныхъ. Употребленія жъ веревокъ долженъ опасаться, которыя хотя и будутъ варены въ маслѣ конопляномъ; токмо различнымъ перемѣнамъ подвержены бываютъ, то есть, иногда корчатся, а иногда растягаются.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 16. Изъ вышепоказаннаго положенія явствуетъ, что, когда сорты Геометрическихъ мѣръ такую жъ, какъ и простыя числа, десятичную пропорцію имѣютъ: то сложеніе, вычитаніе, умноженіе и дѣленіе оныхъ мѣръ, чрезъ сіе средство, весьма легкимъ дѣлается; по колику приведеніе оныхъ безъ всякаго труда здѣлано быть можетъ. На пр. 2° сажени тоже значатъ, что и $20'$ футовъ, или $200''$ дюймовъ, и проч. Положимъ, что должно сложить числа, $2^{\circ}.3'$, съ $4^{\circ}.7'.6''$: то первое число, чрезъ приложеніе къ нему нуля приводится въ такой меньшей сортъ, какой въ другомъ находится, и потомъ дѣлается обыкновенное сложеніе, наблюдая притомъ одно токмо десятерное содержаніе. На пр. $2^{\circ}.3'.0'' + 4^{\circ}.7'.6'' = 7^{\circ}.0''.6''$. Равнымъ образомъ дѣлается и вычитаніе; умноженіе жъ и дѣленіе десятичныхъ чиселъ, чрезъ простыя числа, ни мало не разнствуетъ отъ подобной практики простыхъ чиселъ. О прочемъ во второй и третіей главѣ Геометріи на своемъ мѣстѣ обстоятельнѣе упомянуто будетъ.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VII.

§. 17. *Кругъ* (circulus) есть кривая линѣя, которая концомъ А прямой линѣи АС, въ точкѣ А утвержденной и около сей точки обведенной, описывается. ф. 1.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VIII.

§. 18. Точка въ кругѣ средняя С, *центръ*, (centrum); кривая круговая линѣя, *окружность* (peripheria, ſiue circumferentia); прямая линѣя BCD, проведенная чрезъ центръ С, отъ одной точки окружности В къ другой противоположенной D, *поперешникъ* (diameter); половинная того поперешника часть ВС, *полупоперешникъ* (ſemidiameter, vel radius); и наконецъ прямая линѣя EF, проведенная также отъ одной точки окружности ко всякой другой противоположенной точкѣ тойже окружности, *хорда* (chorda, vel ſubtenſa) называется.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 19. Слѣдовательно всякой окружности точки въ равномъ разстоянїи находятся отъ центра, или центръ есть въ срединѣ круга, и полупоперешники одного круга равны между собою.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 20. Поперешникъ, поколику проходитъ чрезъ центръ, или чрезъ средину круга, раздѣляетъ оной кругъ на двѣ равныя ча́сти.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 21. И на прямой линѣѣ BD, изъ взятаго на нейже центра С, можно описать только полкруга. Доказательство сего предложенїя, сочиненное Талесомъ, Клавїй выводитъ изъ Прокла къ Эвклид. Кн. 1. опред. 17.

ПОЛОЖЕНІЕ 2.

§. 22. Окружность всякаго круга Геометры раздѣляютъ на 360 частей (*) равныхъ, которыя называются *градусами*. Чего ради половинѣ круга 180, а четверьти, то есть, четвертой части круга 90 градусовъ приписываютъ. Всякой градусъ 60 минутъ, и всякая минута 60 секундъ въ себѣ содержитъ. Знакъ градусовъ есть ($^{\circ}$), минуты одною палочкою ($'$), секунды двумя ($''$), а терціи тремя палочками ($'''$) означаются.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IX.

§. 23. *Параллельныя* линѣи (Parallelae)
Ф. 2. суть тѣ, которыя, будучи какъ далеко ни
3. протянуты, всегда имѣютъ между собою одинакое разстояніе. *Параллельные круги* (circuli paralleli), во особливости *Концентральные* (Concentrici) называются, поколику оные изъ одного тогожъ центра, токмо различными полупоперешниками описываются.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 24. Прямыя параллельныя линѣи, будучи по изволенію съ обѣихъ сторонъ какъ далеко ни протянуты, ни съ которой стороны одна съ другою не сходятся.

ЗАДАЧА I.

§. 25. *Дано разстояніе параллельныхъ*
Ф. 4. *линѣй, провести оныя.*

РѢШЕНІЕ.

На прямой линѣѣ АС возьми циркулемъ данное разстояніе параллельныхъ линѣй,
и

(*) Древность сего раздѣленія явствуетъ изъ Плин. кн. 2. гл. 23, и изъ Птолом. кн. 1, гл. 9.

и поставивъ одну ножку циркула на линѣѣ А С, онымъ раствореніемъ циркула, такъ какъ полупоперешникомъ, начерти дуги В и D; потомъ на крайнія точки тѣхъ дугъ положивъ линѣйку, чрезъ оныя проведи прямую линѣю B D, которая будетъ параллельна съ другою данною (§. 19.), Ч. Н. З.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 26. Проводятся также параллельныя линѣи, помощію двухъ линѣекъ, поперегъ между собою связанныхъ, также помощію чертежной доски, которая по Нѣмецки называется (Reißbret). Но рѣдко такую доску столяры дѣлаютъ исправно.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ X.

§. 27. Параллельнымъ линѣямъ противополагаются линѣи *наклоненныя* (inclinatae) Ф. 5.
и *зближающіяся* (conuergentes) A B и C D, 6. 7.
которыя въ иномъ мѣстѣ больше, а въ другомъ меньше другъ отъ друга отстоятъ. 8. 9.
Также *собирающіяся* (concurrentes) E F и G F, которыя въ одной точкѣ собираются, и *прикасающіяся* (contingentes), изъ которыхъ одна прямая, а другая кривая, или обѣ кривыя, и въ одной точкѣ между собою соединяются такъ, что ни одна другой не пересѣкаетъ, сколько бы обѣ оныя далеко протянуты ни были. Наконецъ *пересѣкающіяся* (secantes), которыя взаимно между собою пересѣкаются.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XI.

§. 28. *Уголъ* (Angulus) называется двухъ собирающихся линѣй, одной къ другой на- Ф. 10.
клоненіе; какой происходитъ, когда двѣ 11.
линѣи

линѣи AC и BC, будучи въ точкѣ C соединены, движенїемъ круговымъ одна отъ другой взаимно раздвигаются такъ, что центръ движенїя будетъ въ точкѣ соединенїя. Тотъ уголъ называется *прямолинѣйной*, и *плоской* (rectilineus & planus), которой замыкаютъ двѣ прямыя линѣи; *а криволинѣйной*, или *сферической* (curuilineus, vel ſphaericus), которой заключается между двумя дугами круга. Бока, между которыми заключается уголъ, называются *бедра* (crura), и точка C, въ которой соединяются бедра, *верхъ угла* (vertex anguli) именуется.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 29. Количество угла познается, когда величина круговой дуги AB опредѣляется, и чѣмъ больше, или меньше бываетъ оная дуга, тѣмъ больше, или меньше будетъ уголъ, той дугѣ соотвѣтствующей. Равные жъ углы называются тѣ, которые имѣютъ равныя дуги, или мѣры.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 30. Наблюдая одно наклоненїе линѣй, хотя бока какого угла продолжены, или сокращены будутъ, количество онаго тѣмъ самымъ не увеличивается и не уменьшается.

ПРИМѢЧАНIЕ 1.

§. 31. Происходилъ споръ объ углѣ *прикосновенїя* N. которой заключается между дугою круга и касательною линѣею, можетъ ли онъ причисленъ быть къ угламъ? Сей вопросъ подтверждалъ Клавїй, а опровергалъ Пелетарїй. Съ симъ и мы по справедливости согласуемъ, поколику такого касательнаго угла не имѣется, которой бы подлежалъ измѣренїю. Валлизїй въ 1. том. оптик. стран. 605. говоритъ, что Клавїю никакого вспоможенїя не дѣлаетъ опредѣленїе Эвклидово, которой книг. 1. опред. 8. уголъ называетъ *наклоненїемъ линѣй* (*γραμμῶν κλίσιν*), поколику изъ слѣдующихъ тойже

Ф. 12.

же

же книги предложенїй ясно разумѣть можно, что Эвклидъ вездѣ упоминаетъ о такомъ углѣ, которой измѣряется дугою. См Таквет. Элемен. Геом. кн. III. предл. 16.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 32. Когда уголъ означается тремя литерами, которыя надъ линѣями заключающими уголъ надписываются, то та литера среднее мѣсто занимать должна, которая при верьху угла находится.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 33. Чтобъ рѣшенїе задачъ практической Геометрїи лучше разумѣть: то не безполезно будетъ здѣсь кратко описать самонужнѣйшїе инструменты, которые находятся въ употребленїи у Геодезистовъ, оставя между тѣмъ изображенїя оныхъ, поколику въ лекцїяхъ предъ глаза представить оныя, также о составленїи и употребленїи оныхъ упомянуть за благо разсуждается.

1. Желающїй научиться Геометрической практикѣ во первыхъ долженъ стараться о томъ, чтобъ имѣть при себѣ ящичекъ, въ которомъ бы находились два *циркула* (circini), изъ коихъ у одного одна которая ни будь ножка дѣлается подвижная; *перо чертежное* (penna), *полукружїе* (femicirculus) раздѣленное на цѣлые, и половинные градусы, которое вообще называется *Транспортиромъ* (Transportatorium), *наугольникъ*, или *образецъ* (norma), *маштабъ* (fcala), на которомъ и мѣры дюймовъ нѣкоторыхъ знатнѣйшихъ футовъ изображены, также *параллелизмъ* (parallelifmus) (§. 25.).

2. Потомъ долженъ имѣть въ готовности *четыреугольной столикъ* (menfulam quadrangularem), въ полтора фута, на трехъ ножкахъ утвержденной такимъ образомъ, что въ положенїе параллельное и вертикальное съ горизонтомъ удобно можно приводить оной. Изобрѣтенїе сего столика Іог. Преторїю приписываетъ Дан. Швентеръ трак. 3. практ. Геом. стран. 637.

3. Чтобъ на семъ столикѣ можно было чертить линѣи, соотвѣствующія усмотреннымъ на полѣ, должна быть *линѣйка* (regula) деревянная, или мѣдная съ діоптрами, которыхъ скважины по концамъ, или краямъ той линѣйки находятся.

4. Сверьхъ того долженъ имѣть нѣсколько *кольевъ* (baculos), длиною по пяти футовъ, съ низу окованныхъ желѣзомъ, которые потребны для означенія линѣй на полѣ.

5. О землемѣрной цѣпи уже сказано (§. 15.).

6. Также, чтобъ удобнѣе можно было приводить показанные инструменты въ положеніе горизонтальное и вертикальное, потребенъ *ватерпасъ* или *отвѣсъ* (libella), и ниточка, на которой виситъ гирька. Показанной ватерпасъ можетъ здѣланъ быть многими образами, и гораздо удобнѣе, есьли съ одного боку наугольника будетъ привѣшена на ниточкѣ гирька, которая показываетъ тогда горизонтальное положеніе основанія, когда она подходитъ къ перпендикулярной линѣѣ; о чемъ ниже сего въ Гидравликѣ пространнѣе упомянуто будетъ.

7. Но хотя сими не многими инструментами можно дѣлать и совершать измѣренія полей; однако иногда потребно бываетъ и величину угловъ означать числомъ градусовъ, сколько они въ себѣ содержатъ, что дѣлается помощію цѣлаго круга, или полукружія на цѣлые градусы, на шестыя и десятыя оныхъ части раздѣленнаго, при которомъ находятся двѣ пары діоптръ, одна подвижная, (такая линѣйка которая имѣетъ подвижныя діоптры, называется *Алгидадою* (Alhidada), а другая не подвижная. Сей инструментъ вообще называется *Астролябіею* (Astrolabium); поколику въ древнія времена, подобные инструменты употребляемы были для смотренія звѣздъ.

8. При Астролябіи обыкновенно бываетъ *Компасъ* (Compassus), или *магнитная коробочка* (Pyxis magne-

magnetica), въ которой стрѣлка, магнитомъ натертая, по срединѣ круга на градусы раздѣленнаго, находится утвержденная на шпилькѣ. Оная стрѣлка какъ для означенія странъ свѣта, такъ и для сысканія величины угловъ потребна.

9. Дѣлается также такая коробочка, въ которой магнитная стрѣлка содержится, съ двумя не подвижными діоптрами, на меридіональной линѣѣ утвержденными безъ Астролябіи, и тогда называется *корабельнымъ компасомъ* (Bouſſole).

10. Наконецъ для измѣренія такихъ угловъ, коихъ бока въ верьхъ простираются, служитъ *квадрантъ* (quadrans), или четвертая часть круга, на 90 градусовъ, и на меньшія оныхъ части раздѣленная, имѣющая также діоптры и гирьку привѣшенную на ниточкѣ. Но сіи и другіе инструменты нарочно описываетъ Николай Віонъ въ особливой книгѣ, *о составленіи и употребленіи Математическихъ инструментовъ*, которую съ Французскаго языка на Нѣмецкой перевелъ, и изрядными дополненіями умножилъ славн. Доппельмаіеръ, и подъ именемъ, der Mathematiſchen Werckſchule, издалъ въ Нориmбергѣ 1713. 1717. 1723. год. въ 4. На Французскомъ же языкѣ вышла въ Парижѣ 1709. год. въ 8.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 34. *Уголъ прямой* (Angulus rectus) есть, когда прямая линѣя AB, на другой CD стоитъ такъ, что ни на которую сторону не наклоняется. Прямая линѣя AB, такимъ образомъ на другой стоящая, *перпендикулярною*, или *отвѣсною* (perpendicularis, vel normalis) называется. Ф. 13.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 35. Инструментъ здѣланной изъ двухъ перпендикулярныхъ линѣекъ, прямой уголъ составляющихъ, *наугольникомъ* (norma) называется (§. 33.)

Витру-

Витрувій кн. 9. гл. 2. изобрѣтателемъ сего инструмента почитаетъ Пиѳагора.

ТЕОРЕМА I.

Ф. 20. §. 36. *Мѣра прямого угла есть четверть круга, или 90 градусовъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда прямая линѣя CD, на другой AB воставленная перпендикулярно, ни на которую сторону не наклоняется, то она съ обѣихъ сторонъ дѣлаетъ углы ACD и DCB между собою равные (§. 28.). Но на линѣѣ AB, изъ взятаго на нейже центра C, можно описать только полкруга (§. 21.); слѣдовательно съ обѣихъ сторонъ прямому углу C вмѣсто мѣры соотвѣтствуетъ половинная дуга полкруга, или четверть круга (§. 22.). Ч. Н. Д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

§. 37. Уголъ прямаго больше CDB, *тупой* (obtusus), а прямаго меньше
Ф. 14. CDA, *острой* (acutus) называется. Оба сіи углы также *косыми углами* (anguli obliqui) называются.

ЗАДАЧА II.

§. 38. *Провести перпендикулярную линѣю.*

РѢШЕНІЕ I.

Ф. 15. Положимъ, что на линѣѣ AB изъ точки C должно воставить перпендикулъ. Возьми циркулемъ съ обѣихъ сторонъ отъ точки C равныя части AC и CB, и изъ A и B по изволенію взятымъ раствореніемъ циркула начерти дуги, пересѣкающія себя въ D, откуда проведи линѣю DC, которая

будетъ

будетъ желаемая перпендикулярная линѣе. Ч. н. з.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже по изволенїю взятыя растворенїя циркула AD и DB суть равныя, и AC = CB: то видно, что линѣя DC стоитъ на другой такъ, что ни на которую сторону не наклоняется (§. 34.).

РѢШЕНІЕ 2.

Скорѣе можно воставить перпендикулярную линѣю, помощїю наугольника (§. 35.).

ЗАДАЧА III.

§. 39. *Раздѣлить данную прямую линѣю* AB *на двѣ равныя части.*

РѢШЕНІЕ.

Растворенїемъ циркула, которое бы больше половины данной линѣи было, изъ обѣихъ крайнихъ точекъ A и B, здѣлай разрѣзы сверьху и снизу пересѣкающїеся въ D и E, и потомъ проведи линѣю DCE, которая данную линѣю AB раздѣлитъ на двѣ части AC = CB. Ч. н. з. ф. 16.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Линѣя DE къ прямой линѣѣ AB есть перпендикулярна, понеже она ни на которую сторону не наклоняется, то есть, поколику точки D и E равно отстоятъ отъ крайнихъ точекъ A и B (§. 34 36); слѣдовательно каждая точка оной линѣи въ равномъ разстоянїи отъ A и B находится (§. 9.). По чему C есть въ срединѣ линѣи AB. Ч. н. д.

ЗАДАЧА IV.

§. 40. *Вымѣрять прямолинѣйной уголъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. На *бумагѣ*, или на *доскѣ*. Къ точкѣ соединенія боковъ угла приложи центръ транспортира, а поперешникъ онаго положи на которой ни будь бокъ, и на окружности полукружія сочти градусы, и части оныхъ, которыя между обоими боками содержатся, чрезъ что будетъ извѣстно количество угла.

2. *На полѣ*. Послѣ того, какъ бока угла, кольями перпендикулярно воткнутыми, будутъ означены, въ верьху онаго угла поставь столикъ, и наономъ, чрезъ воткнутую шпильку, означь точку, которая бы соотвѣтствовала верьху измѣряемаго угла, и приложивъ къ оной шпилькѣ линѣйку съ діоптрами такъ, что бъ она была въ такойже дирекціи, какъ и линѣи назначенныя на полѣ, проведи на ономъ столикѣ другія линѣи, которыя будутъ изображать подобной уголъ, которой послѣ того должно вымѣрять транспортиромъ, или полукружіемъ. *Или другимъ образомъ*. Въ верьху угла поставь Астролябію, и на бока его наведи діоптры, потомъ сочти градусы и минуты, содержащіяся между тѣми линѣями, на которыя наведены діоптры.

3. Когда жъ одинъ угла бокъ A C отъ плоскости къ верьху поднимается, въ такомъ случаѣ принимается въ помощь квадрантъ, и чрезъ діоптры усматривается высоты точка A, тогда ниточка C F, на которой привѣшена гирька, на дугѣ того квадран-

Ф. 17.

та

та DF отрѣжетъ число градусовъ для измѣряемаго угла.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже для измѣренія угла потребно только опредѣленіе величины дуги, которая углу такъ какъ мѣра противополагается (§. 28.), и изъ описанія инструментовъ, употребленіе которыхъ теперь показано, явствуетъ, что помощію оныхъ находятся цѣлые градусы и части градусовъ, которыми какая ни будь дуга опредѣляется; того ради не можно имѣть никакого сомнѣнія о справедливости двухъ первыхъ рѣшеній. Въ разсужденіи жъ третьяго рѣшенія надлежитъ примѣчать, что, когда углы GCF и DCE суть прямые, и равны между собою (поколику чрезъ опытъ извѣстно, что гирька на ниточкѣ привѣшенная всегда перпендикулъ къ линѣѣ съ горизонтомъ параллельной BCG означаетъ; объ углѣ жъ квадранта, см. §. 34, и 33. пум. 10.), и линѣя DC столько отстоитъ отъ перпендикула CF, сколько CE отъ линѣи CG: то углы GCE и DCF равны между собою (§. 28. 29.). Но вскорѣ и изъ другаго основанія будетъ доказано, что углы ACB и GCE, которыхъ верьхи противополагаются, суть равные (§. 48.); слѣдовательно дуга DF есть мѣра угла ACB (§. 23. Ариѳ.).

ЗАДАЧА V.

§. 41. *Здѣлать уголъ равной другому данному углу.*

РѢШЕНІЕ.

Начерти дугу равную мѣрѣ даннаго угла, на бумагѣ помощію транспортира, а на

полѣ чрезъ столикъ, или чрезъ Астролябїю, и потóмъ удобно можно будетъ прибрать бокà для того угла.

Особливо жъ на бумагѣ рѣшится сїя задача
Ф. 18. одними циркулемъ; то есть, данному углу
19. A C B здѣлается равной уголъ, ежели взятымъ по изволенїю растворенїемъ циркула A C, одну его ножку поставивъ въ верьху C, начертишь дугу A B, и потóмъ на линѣѣ *c b* тѣмже полупоперешникомъ изъ *c* опишешь дугу *a b* равную A B, и проведешь бокъ *c a* (§. 29.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIV.

§. 42. *Углы смѣжные* (anguli contigui)
Ф. 21. суть тѣ, которые находятся при общемъ бокѣ. На пр. *y* и *x*.

ТЕОРЕМА II.

§. 43. *Когда прямая линѣя* A B, *на другой прямой линѣѣ* D C *состоящая, дѣлаетъ углы смѣжные* x *и* y: *то они вмѣстѣ взятые равняются двумъ прямымъ угламъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже на линѣѣ C D, изъ взятаго на нейже центра, можно описать только полкруга (§. 21.); слѣдовательно всѣ углы, которые происходятъ отъ соединенїя прямыхъ линѣй въ точкѣ B, мѣрою имѣютъ полкруга (§. 29.), и равняются двумъ прямымъ угламъ (§. 33.). Ч. н. д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 44. Естьли будутъ два только смѣжные угла, и одинъ изъ нихъ прямой: то будетъ и другой также прямой.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 45. Естьли жъ изъ смѣжныхъ угловъ одинъ уголъ есть острой: то другой будетъ тупой, и знавъ одинъ уголъ, будетъ другой дополненїемъ къ 180 градусамъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 46. Ежели жъ внизу линѣи, отъ линѣй взаимно себя пересѣкающихъ, произойдутъ смѣжные углы *o* и *s*: то и они будутъ также равны двумъ прямымъ угламъ. И всѣ углы, какъ въ верьху, такъ и внизу оной линѣи находящїеся, и отъ прямыхъ линѣй, которыя взаимно себя въ тойже точкѣ пересѣкаютъ, произшедшїе, поколику мѣрою имѣютъ цѣлой кругъ, вмѣстѣ взятые, равняются четыремъ прямымъ угламъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XV.

§. 47. *Углы при верьху противоположенные* (anguli ad verticem oppoſiti) суть тѣ, Ф. 22. которыхъ верьхи противополагаются, и происходятъ отъ линѣй, взаимно себя пересѣкающихъ. На пр. *n* и *s*, также *m* и *o*.

ТЕОРЕМА III.

§. 48. *Углы вертикальные* (anguli verticales) *противоположенные суть равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже смѣжные углы $n + m = 180^\circ$ град. (§. 43.), и $m + s = 180^\circ$: то, отъ сихъ равныхъ угловъ отнявъ общей уголъ *m*, останутся равные *n* и *s* (§. 26. Ариѳ.). Равнымъ образомъ доказывается, что $m = o$. Ч. н. д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVI.

§ 49. *Треугольникъ плоской* (triangulum planum) есть фигура тремя прямыми линѣями окруженная. Линѣя, на которой дѣлается утвержденіе, *основаніе* (basis), а прочїя двѣ линѣи, *бока*, или *бедра* (crura) называются; верьхняя жъ точка, которая противополагается основанїю, *верьхъ* (vertex) именоваться будетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVII.

Ф. 23. 24. 25. § 50. Треугольникъ, въ разсужденїи боковъ, есть либо *равносторонной* (aequilaterum), которой имѣетъ всѣ три бока равные, либо *равнобедренной*, или *равнобочной* (isosceles), которой имѣетъ два только бока равные, либо *неравносторонной*, или *разносторонной* (scalenum), которой имѣетъ всѣ три бока неравные.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

§. 51. Треугольникъ, въ разсужденїи Ф. 26. 27. 28. угловъ, есть либо *прямоугольной* (rectangulum), въ которомъ одинъ уголъ находится прямой, либо *остроугольной* (acutangulum), въ которомъ всѣ три угла острые, либо *тупоугольной* (obtusangulum), въ которомъ одинъ уголъ находится тупой.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIX.

§. 52. Треугольника прямоугольнаго са- Ф. 26. мая большая линѣя АС, которая противополагается прямому углу, *Гипотенузою* (hypotenusa) называется. Въ томже прямоугольномъ треугольникѣ бокъ перпендикулярной, при прямомъ углѣ находящейся, на пр. АВ или ВС, *катетомъ* (cathetus) именуется.

ТЕО-

ТЕОРЕМА IV.

§. 53. *Во всяком треугольникѣ два бока вмѣстѣ взятые суть больше остальнаго.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда прямая линѣя AC есть самая Ф. 26. кратчайшая, которая состоит между двумя точками (§. 10.): то слѣдует, что всякая линѣя, которая, кромѣ прямой, соединяет двѣ тѣ точки, имѣет большее протяженїе. И потому AB + BC > AC. Ч. н. д.

ЗАДАЧА VI.

§. 54. *Здѣлать треугольник из трех прямых линѣй, из которых двѣ которыя ни будь взятыя вмѣстѣ суть больше, нежели третья остальная.*

РѢШЕНIЕ.

1. Большую из данных линѣю 1 возьми Ф. 29. за основанїе AB.
2. Потом смѣряй циркулем другую линѣю 2, и сим раствоpенїем из одной крайней основанїя точки A начерти дугу в C.
3. Наконец также взяв циркулем третью линѣю 3, тѣмже растворенїем из другой крайней точки B пересѣки первую дугу, и к точкѣ разрѣза C из обѣих крайних основанїя точек проведи бока AC и BC. Такое составленїе явствует из опредѣленїя треугольника.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 55. Равным образом треугольник равносторонной, знав одну только линѣю, и треугольник равнобедренной, когда будут даны двѣ линѣи, начертить можно.

 Ибо

Ибо въ равносторонномъ треугольникѣ одна таже линѣя употребляется три раза, а въ равнобедренномъ треугольникѣ съ обѣихъ сторонъ воставляется на основанїи одинакой бокъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XX.

§. 56. *Сходственныя фигуры* (congruae figurae) суть тѣ, изъ которыхъ одна, будучи приложена къ другой, точно съ нею сходствуетъ, такъ что, ежели одна на другую положена будетъ, вся всю закроетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 57. Такое сходство фигуръ требуетъ точнаго равенства, какъ цѣлой фигуры, такъ и каждой ея части; и ежели о какихъ ни будь фигурахъ можно доказать, что онѣ сходствуютъ: то тѣ фигуры должны быть равны между собою.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 58. Нѣкоторые сїю Аксїому почитаютъ темною, и количествъ, изъ которыхъ одно къ другому взаимно прикладывается, и одно на другое полагается, содержанїе, такъ какъ механическое, и Геометрїи противное выводятъ. См. Гуец. *доказ. епанг.* Аксїом. 4. §. 2. стран. 26. Но того не требуется, чтобъ самымъ дѣломъ одна фигура погагалась на другую, но однимъ только воображенїемъ должно дѣлать такое сравненїе, и такимъ образомъ точное фигуръ сходство получается.

ТЕОРЕМА V.

§. 59. *Ежели въ двухъ треугольникахъ* ABC *и* DEF *одинъ уголъ* B *будетъ равенъ одному углу* E, *и два бока* AB *и* BC, *равны двумъ бокамъ* DE *и* EF: *то и цѣлые треугольники будутъ равны между собою.* Ф. 30. 31.

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже бока AB = DE и BC = EF сходны между собою, по причинѣ равенства (§. 57.), и уголъ B сходенъ съ угломъ E: то точка A на точку D, и точка C на точку F упадаетъ; слѣдовательно линѣя AC сходствуетъ съ линѣею DF (§. 10.), и также углы A и D, C и F сходствуютъ между собою, и цѣлые треугольники суть равны между собою. Ч. н. д.

ТЕОРЕМА VI.

§. 60. *Ежели въ двухъ треугольникахъ два угла равны между собою, на пр.* B = E, C = F *и бокъ* BC *равенъ боку* EF: *то и цѣлые треугольники будутъ равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Съ предъидущимъ точно сходствуетъ. Ибо здѣлавъ сравненїе обѣихъ фигуръ, можно будетъ видѣть, что всѣ части обоихъ треугольниковъ сходствуютъ между собою, изъ чего заключается равенство тѣхъ частей и цѣлаго.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 61. Что въ двухъ треугольникахъ, которые имѣютъ всѣ бока равные, будутъ и углы, между равными боками содержащїеся, и цѣлые треугольники равны между собою, о томъ какъ самое составленїе такого треугольника показываетъ, такъ и ниже сего доказано будетъ (§. 127.).

ЗАДАЧА VII.

§. 62. *Здѣлать треугольникъ равной данному.*

РѢШЕНІЕ.

Здѣлай уголъ E равной углу B, и бока DE и EF равные бокамъ AB и BC, и будутъ треугольники равные (§. 59.). Или, здѣлай два угла равные двумъ угламъ, и одинъ бокъ равной боку другаго треугольника, такимъ образомъ наконецъ произойдутъ равные треугольники (§. 60.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 63. Для рѣшенія предложенной задачи на бумагѣ, потребенъ треножной циркулъ, помощію котораго всякая треугольная плоская фигура взята, и по изволенію можетъ перенесена быть на другое мѣсто.

ТЕОРЕМА VII.

Ф. 32. §. 64. *Углы A и B, которые въ равнобедренномъ треугольникѣ находятся при основаніи, равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Начертивъ дугу круга AB, возьми на нейже дуги AE и EB равныя, потомъ изъ центра C проведи полупоперешники CA и CB, и точки A и B соедини прямою линѣею, такимъ образомъ здѣлается равнобедренной треугольникъ ABC (§. 20. 50.). Наконецъ изъ центра къ рединѣ дуги проведи линѣю, точками означенную CDE: то будутъ углы x и y равны между собою, поколику имѣютъ равныя мѣры AE и EB (§. 29.). Чего ради, понеже AC = CB, и линѣя CD есть средняя и общая, треугольники CAD и CDB сходны между собою (§. 59.), и слѣдовательно уголъ A равенъ углу B. Ч. н. д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 65. Понеже цѣлые треугольники равны между собою, и углы смѣжные при D суть равные и прямые (§. 44.), и бока AD и DB сходствуютъ того ради линѣя CDE есть перпендикулярная, которая, будучи проведена изъ центра, и хорду ADB пересѣкая на двѣ части, пересѣкаетъ и дугу той хордѣ противоположенную AEB на равныя части. И обратно, линѣя, пересѣкающая хорду на двѣ части при прямыхъ углахъ, проходитъ чрезъ центръ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 66. Понеже равносторонной треугольникъ есть также равнобедренной; того ради, какимъ образомъ оной ни будетъ поставленъ, явствуетъ, что въ равносторонномъ треугольникѣ всѣ углы равны между собою.

ЗАДАЧА VIII.

§. 67. *Раздѣлить данной уголъ на двѣ части.*

РѢШЕНІЕ.

Изъ верьху угла F начерти дугу HG, и взятымъ по изволенію раствореніемъ одну ножку циркула поставивъ въ H и G, начерти другою ножкою онаго дуги, пересѣкающія себя въ точкѣ I, и изъ оной къ верьху угла F проведи линѣю, которая раздѣлитъ уголъ F на двѣ части. Ф. 33.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

FH = FG (§. 19.), и HI = GI, по положенію, и линѣя FI общая обоимъ треугольникамъ HFI и GFI, и △ HFI сходенъ съ △ GFI (§. 61.): то и уголъ HFI = GFI.

ДРУГОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Точки I и F находятся надъ срединою хорды и дуги HG, поконструкціи: то прямая линѣя IF, которой всѣ части лежатъ ровно, пересѣкаетъ дугу HG на двѣ части, слѣдовательно и уголъ той дугѣ противоположенной. Ч. н. д.

ЗАДА-

ЗАДАЧА IX.

§. 68. *Написать въ кругѣ всякой плоской треугольникъ.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 34. Раздѣли два въ треугольникѣ бока AB и AC на двѣ части прямыми перпендикулярными линѣями (§. 38.), и гдѣ онѣ соединяются, тамъ будетъ центръ *m* круга, которой около того треугольника описать должно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что треугольникъ уже написанъ въ кругѣ: то всѣ бока его нѣчто иное будутъ, какъ хорды противоположенныхъ дугъ (§. 18.). Но перпендикулярная линѣя, пересѣкающая хорды на двѣ части, проходитъ чрезъ центръ (§. 65.); слѣдовательно, гдѣ двѣ такія перпендикулярныя линѣи соединяются, тамъ будетъ центръ круга. Ч. и. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 69. Равнымъ образомъ всякія три точки, не въ прямой линѣѣ поставленныя, могутъ захвачены быть окружностью круга.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 70. И даннаго круга, или всякой дуги искомой центръ находится, естьли двѣ хорды подъ тою дугою проведены, и прямыми перпендикулярными линѣями будутъ раздѣлены на двѣ части.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXI.

§. 71. Прямая поперечная линѣя EF, Ф. 35. пересѣкающая двѣ параллельныя линѣи AB и CD, дѣлаетъ восемь угловъ, четыре *внѣшнихъ*, внѣ параллельныхъ, и четыре *внутреннихъ*, внутрь параллельныхъ линѣй. Два внутренніе *u* и *y*, *s* и *x*, находящіеся при

при томже бокѣ, называются *при одной сторонѣ положенные* (ad eandem partem positi). Но внутреннїе *x* и *u*, *s* и *y*, изъ которыхъ одинъ подлѣ поперечной линѣи внизу съ одной, а другой въ верьху съ другой стороны, и обратно, находятся, называются *Алтерни* (Alterni).

ТЕОРЕМА VIII.

§. 72. *Внѣшней уголъ о равенъ внутреннему противоположенному x, которой находится при одной тойже сторонѣ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что линѣя AB ровнымъ движенїемъ упадаетъ на другую линѣю CD, а линѣя EF между тѣмъ пребываетъ не подвижна, такимъ образомъ уголъ *o* упадаетъ на уголъ *x*, и съ онымъ сходствуетъ; слѣдовательно внѣшней уголъ равенъ внутреннему противоположенному (§. 57.). Тоже служитъ въ разсужденїи угловъ *r* и *y*. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 73. Внѣшней уголъ *o* есть также равенъ внѣшнему противоположенному *w*. Понеже $w = x$ (§. 48. и 23. Ариѳ.).

ТЕОРЕМА IX.

§. 74. *Углы алтерни и и x равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $o = u$ (§. 48.), и $o = x$ (§. 72.): то будетъ также $u = x$ (§. 23. Ариѳ.). Равнымъ образомъ доказывается, что $s = y$. Ч. н. д.

ТЕО-

ТЕОРЕМА X.

§. 75. *Внутренніе углы, при томже бокѣ находящіеся s и x, равняются двумъ прямымъ угламъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $o + r =$ двумъ прямымъ угламъ; или 180 градусамъ (§. 43.). Но $r = s$ (§. 48.), и $o = x$ (§. 72.); слѣдовательно, равное вмѣсто равнаго поставивъ (§. 23. Ариѳ.), будетъ $s + x = 180$ градусамъ, или двумъ прямымъ угламъ. Равнымъ образомъ доказывается, что $u + y = 180$ градусамъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 76. Когда прямая линѣя на двѣ другія упадая, и тѣ пересѣкая, дѣлаетъ, или уголъ внѣшней внутреннему противоположенному, или внѣшней внѣшнему противоположенному жъ, или углы *алтерни* равные, или два внутренніе, при одномъ бокѣ находящіеся, равные двумъ прямымъ угламъ: то линѣи, такою поперечною линѣею пересѣченныя, будутъ параллельны между собою. Понеже изъ вышеобъявленныхъ доказательствъ явствуетъ, что сіи внѣшнихъ и внутреннихъ угловъ свойства тогда только имѣютъ мѣсто, когда линѣи параллельны.

ТЕОРЕМА XI.

Ф. 36. §. 77. *Параллельныя линѣи, между параллельными жъ линѣями состоящія, суть равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, проведши поперечную линѣю MP между параллельными линѣями MN и OP, будетъ $\triangle MOP = \triangle MNP$, по тому что, ежели тѣ линѣи параллельны, и углы *алтерни* равны между собою (§. 74.), то

то есть, $o = s$, и $r = y$, и линѣя MP есть обоимъ треугольникамъ общая (§. 60.); чего ради MN = OP, и MO = NP. Ч. н. д.

ЗАДАЧА X.

§. 78. *Провести параллельныя линѣи, подъ какимъ ни будь угломъ къ другой прямой линѣѣ наклоненныя.*

РѢШЕНIЕ.

Съ линѣею AB, которая подъ угломъ x къ другой линѣѣ BD наклонена, параллельная линѣя CD опишется, ежели уголъ y здѣлается равной углу x, и потомъ линѣя CD проведена будетъ. Ибо такимъ образомъ, когда внѣшней уголъ y здѣланъ равенъ внутреннему противоположенному x, линѣи AB и CD будутъ параллельны (§. 72. и 76.). Ф. 37.

ТЕОРЕМА XII.

§. 79. *Во всякомъ плоскомъ треугольникѣ, всѣ три угла вмѣстѣ взятые, равны двумъ прямымъ угламъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведи линѣю ABC параллельную съ основанiемъ DE: то будетъ $x = 2$, и $y = 3$ (§. 74.). Но $x + 1 + y = 180^{\circ}$ (§. 43.); слѣдовательно, равное вмѣсто равнаго поставивъ, будетъ также $1 + 2 + 3 = 180^{\circ}$ (§. 23. Ариѳ.). Ч. н. д. Ф. 38.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 80. Знавъ два угла неравносторонняго треугольника, и третей, такъ какъ дополненiе къ 180°, будетъ при томъ извѣстенъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 81. ВЪ равнобедренномЪ треугольникѣ, понеже два угла при основанїи равны между собою (§. 64.), знавЪ одинЪ уголЪ, и прочїе два будутЪ извѣстны.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 82. ВЪ равносторонномЪ треугольникѣ, когда всѣ углы равны между собою (§. 66.), каждой изЪ оныхЪ содержитЪ вЪ себѣ двѣ трети прямаго угла, то есть, 60 градусовЪ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 83. ИзЪ чего явствуетЪ и то, что прямой уголЪ удобно можетЪ раздѣленЪ быть на три части То есть,
Ф. 39. здѣлай равносторонной треугольникЪ A B C, и на основанїи онаго сЪ одного конца воставь перпендикулЪ D B (§. 38.): то будетЪ уголЪ D B A третья часть прямаго угла D B C, понеже уголЪ A B C содержитЪ вЪ себѣ двѣ трети прямаго угла. И такЪ прямой уголЪ раздѣлится на три части, ежели уголЪ A B C линѣею *b d* будетЪ пересѣченЪ на двѣ части (§. 67.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 84. Также вЪ одномЪ томже треугольникѣ одинЪ только прямой уголЪ, или одинЪ больше прямаго быть можетЪ; и когда одинЪ изЪ нихЪ прямой: то прочїе два острые, оба вмѣстѣ, составляютЪ 90 градусовЪ, или одинЪ прямой уголЪ, и одинЪ изЪ острыхЪ угловЪ есть другаго дополненїемЪ кЪ прямому.

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

§. 85. Ежели два угла одного треугольника равны двумЪ угламЪ другаго: то и третей уголЪ будетЪ равенЪ третьему.

ТЕОРЕМА XIII.

§. 86. *ВнѣшнейугольЪ* x, *которой*
Ф. 40. *происходитЪ отЪ продолженїя одного бока вЪ треугольникѣ, равняется двумЪ внутреннимЪ противоположеннымЪ угламЪ* o *и* n.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $x + y = 180^\circ$ (§. 43.), также $y + o + n = 180^\circ$ (§. 79.); того ради, изЪ равныхЪ

равныхъ суммъ вычетши общей уголъ y, останутся равные $x = o + n$ (§. 26. Ариѳ.). Ч. н. д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 87. *Подобныя фигуры* (similes figurae) суть тѣ, которыя имѣютъ всѣ углы равные всѣмъ угламъ, и бока противоположенные равнымъ угламъ пропорціональные.

ТЕОРЕМА XIV.

§. 88. *Линѣя* DE, *параллельная съ основанїемъ треугольника* ABC, *пересѣкаетъ бока онаго такъ, что части къ тѣмъ бокамъ, отъ коихъ онѣ отсѣчены, имѣютъ подобное содержанїе.* ф. 41.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что пересѣкающая линѣя DE сперьва положена была на верьху A, а оттуда, наблюдая параллельное положенїе съ основанїемъ, спускалась на оное: то слѣдуетъ, что, на какомъ среднемъ мѣстѣ, на пр. въ DE, оная линѣя ни остановится, на обоихъ бокахъ перейдетъ подобныя части AD и AE, поколику оные бока принимаются въ разсужденїе такъ къ дорога, по которой линѣя DE къ основанїю BC слѣдуетъ; и какъ, для положенїя параллельнаго, крайнїя оной линѣя точки съ обѣихъ сторонъ должны касаться основанїя, такъ и состоящая линѣя на какомъ ни будь среднемъ мѣстѣ, съ обѣихъ сторонъ переходитъ подобныя части той дороги, то

 есть,

есть, когда она перешла половину на одномЪ боку, то также должна перейти половину и на другомЪ боку. И сїе для всякой другой пропорцїи служитЪ; слѣдовательно AB : AD = AC : AE, или *чрезЪ членЪ* (alternatim) (§. 112. Ариѳ.) AB : AC = AD : AE. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 89. И остатки такоежЪ, какЪ и цѣлые бокà, содержанїе имѣютЪ. Понеже разность предЪидущихЪ члeновЪ кЪ разности послѣдующихЪ содержится такЪ, какЪ предЪидущей кЪ послѣдующему (§. 113. Нум. 2. Ариѳ.). То есть, AB—AD : AC—AE = BD : CE = AB : AC.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 90. Ежели проведено будетЪ сЪ онозанїемЪ параллельныхЪ линѣй больше, на пр. *a b* и *c d*: то всѣ боковЪ отрѣзки будутЪ пропорцїональны между собою. Ибо изЪ выше предложеннаго доказательства и прибавленїя кЪ оному явствуетЪ истинна слѣдующихЪ пропорцїй:

Ф. 42.

FG : FH = *a*F : *b*F = *a*G : *b*H

*c*F : *d*F = *c*G : *d*H

*c*F : *d*F = *ac* : *bd* = *c*G : *d*H

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 91. На оборотЪ, ежели какая линѣя, на пр. DE пересѣчетЪ бока вЪ треугольникѣ пропорцїонально, будетЪ параллельна сЪ основанїемЪ.

ТЕОРЕМА XV.

§. 92. ВЪ треугольникахЪ, равные углы имѣющихЪ, бокà равнымЪ угламЪ противоположенные пропорцїональны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ф. 43. Представь, что треугольникЪ ABC имѣетЪ равные углы сЪ малымЪ трегольникомЪ $\alpha\beta\gamma$, какЪ на пр. A = α, B = β, C = γ. Положи малой треугольникЪ на верьхЪ большаго, что для равныхЪ угловЪ A и α

здѣла-

здѣлано быть можетъ (§. 57.). Понеже углы $\beta = B$ и $\gamma = C$: то будетъ линѣи $\beta\gamma$ и ВС параллельны (§. 76.); слѣдовательно служитъ здѣсь слѣдующая пропорцїя АВ : АС $= \alpha\beta : \alpha\gamma$. Также, по причинѣ равныхъ угловъ В и β, возьми В за верьхъ треугольника, а АС за основанїе, и положи опять малой треугольникъ на верьхъ В: то опять тоже, что и прежде, выдетъ, то есть, линѣя $\alpha\gamma$ будетъ параллельна съ линѣею АС, и оттуда выводится слѣдующая пропорцїя АВ : ВС $= \alpha\beta : \beta\gamma$; слѣдовательно въ обоихъ случаяхъ, по причинѣ пропорцїи, что чрезъ членъ (§. 112 Ариѳ.), будетъ АВ : $\alpha\beta$ $=$ АС : $\alpha\gamma = $ ВС : $\beta\gamma$. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 93. Такїе равноугольные треугольники по справедливости называются подобными, поколику имѣютъ равные углы и одинакую боковъ пропорцїю (§. 87.). Чего для, по причинѣ подобїя знаковъ, по которымъ они распознаются, различены быть не могутъ, развѣ дѣйствительнымъ образомъ будутъ сравнены между собою (§. 8. Ариѳ.).

ЗАДАЧА XI.

§. 94. *Раздѣлить прямую линѣю на какїя нибудь данныя части.*

РѢШЕНIЕ.

Случай 1. *Когда должно раздѣлить прямую линѣю на равныя части.* Проведи нѣсколько параллельныхъ линѣй такъ, чтобъ всѣ другъ отъ друга равно отстояли (§. 24.), потомъ смѣряй циркулемъ линѣю АС, которую раздѣлить должно, и перенеси оную на тѣ параллельныя линѣи такъ, чтобъ между точками А и С столько раз- Ф. 44.

 стоя-

стоянїй параллельныхъ линѣй умѣстилось, сколько равныхъ частей данная линѣя имѣть должна, что здѣлавъ, точки сѣченїя параллельныхъ линѣй покажутъ искомыя равныя части данной линѣи A C.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже AB : AC = A 1 : AE = A 2 : AD; слѣдовательно AE будетъ третья часть линѣи AC, такъ какъ A 1 есть третья часть линѣи AB (§. 88.), и проч.

Случай 2. Когда должно раздѣлить прямую линѣю на неравныя части, но по пропорцїи такихъ частей, на какїя другая линѣя уже раздѣлена.

Ф. 45. На линѣѣ уже раздѣленной EF здѣлай равностороной треугольникъ DEF (§. 54. 55.), потомъ линѣю, которую раздѣлить должно, перенеси на оба бока сего равностороннаго треугольника въ DG и DH, и проведи прямую линѣю GH, наконецъ изъ верьху сей фигуры къ раздѣленїямъ основанїя O и M проведи также прямыя линѣи, которыя въ точкахъ 1 и 2 раздѣлятъ прямую линѣю GH такъ, какъ другая линѣя EF раздѣлена.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже DG = DH: то будетъ GH параллельна съ основанїемъ EF (§. 91.), и потому служитъ слѣдующая пропорцїя DE : EF = DG : GH, и какъ DE = EF: то будетъ также DG = GH, слѣдовательно, для подобїя треугольниковъ, которые отъ проведенныхъ изъ верьху линѣй произошли, будетъ DE : EO = DG : G 1, и DE : EM = DG : G 2,

G 2, и линѣя GH раздѣлена въ такой пропорцїи, въ какой основанїе EF раздѣлено было. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 95. Ежели линѣя, которую раздѣлить должно, будетъ больше линѣи ужѐ раздѣленной EF: то въ такомъ случаѣ бокà треугольника DEF продолжаются далѣе основанїя до тѣхъ поръ, пока не умѣстится на оныхъ та линѣя, которую раздѣлить должно.

ЗАДАЧА XII.

§. 96. *Найти третью пропорцїональную линѣю къ даннымъ двумъ линѣямъ.*

РѢШЕНIЕ.

1. Здѣлай какой ни будь величины уголъ EAD, и на нижней его бокъ подлѣ верьху перенеси первую изъ данныхъ линѣю AB, а на другой верьхней бокъ другую AC, и проведи линѣю CB, которая соединитъ крайнїя точки первыхъ линѣй. Ф. 46.
2. Съ первою линѣею соедини вторую въ BD = AC, и изъ D здѣлай линѣю DE параллельную съ первою CB (§. 78.): то CE будетъ третья пропорцїональная линѣя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, для параллельныхъ линѣй CB и DE, между тѣми линѣями будетъ такая пропорцїя AB : AC = BD : CE (§. 89.). Но AC = BD; слѣдовательно CE есть третья пропорцїональная линѣя (§. 111. Ариѳ.).

ЗАДАЧА XIII.

§. 97. *Найти четвертую пропорцїональную линѣю къ даннымъ тремъ линѣямъ.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 46. 1. Здѣлай также какой ни будь уголъ А, и на нижней его бокъ подлѣ верьху перенеси первую изъ данныхъ линѣю АВ, а на верьхней бокъ другую АС, и проведи линѣю СВ.

2. Потомъ третью линѣю соедини съ первою въ BD, и здѣлай линѣю DE параллельную съ СВ: то будетъ СЕ искомая четвертая пропорціональная линѣя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Точно сходствуетъ съ предъидущимъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIII.

§. 98. *Геометрической маштабъ*, или *размѣръ* (scala geometrica), по Нѣмецки, ein verjüngter maaſtab, есть образецъ, на которомъ Геометрическія мѣры, каждая изъ оныхъ на десять частей раздѣленная, представляются въ малыхъ линѣяхъ. Иные *инструментомъ частей* (instrumentum partium) называютъ.

ЗАДАЧА XIV.

Ф. 47. §. 99. *Начертить Геометрической маштабъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. На прямой линѣѣ АС возьми десять равныхъ частей, и въ крайней точкѣ А воставь перпендикулярную линѣю АВ, и раздѣли оную также на десять равныхъ частей.

2. Чрезъ перерѣзы перпендикулярной линѣи проведи линѣи параллельныя съ нижнею линѣею, и на верьхнюю изъ оныхъ BD перенеси такихже десять частей равныхъ, какія и на нижней линѣѣ взяты были.

3. ИзЪ крайней перпендикула точки B, кЪ точкѣ 9, находящейся на нижней линѣѣ, проведи поперечную линѣю B 9, и сЪ оною чрезЪ всѣ верьхней и нижней линѣи раздѣленія начерти параллельныя линѣи, а на концѣ C также воставь перпендикулярную линѣю C D.

4. Линѣю A C перенеси, сколько угодно, на верьхнюю и нижнюю линѣю, и изЪ точекЪ E и F воставь перпендикулы E G и F H и проч.

5. НаконецЪ раздѣленія сего маштаба означь числами, какія фигура предЪ глазà представляетЪ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели линѣя A C будетЪ принята за сажень: то десятыя ея части будутЪ значить Геометрическіе футы, а линѣи параллельныя сЪ основаніемЪ, вЪ $\triangle$ A B 9, находящіяся между перпендикуломЪ A B и поперечною линѣею B 9, будутЪ представлять десятыя части фута, или дюймы (§. 11.). Но какЪ всѣ треугольники, которые происходятЪ отЪ проведенной поперечной линѣи, для линѣй сЪ основаніемЪ параллельныхЪ, и общаго угла B, суть равноугольные и подобные; того ради служатЪ слѣдующія пропорціи $AB : A9 = B1 : 1m$, также $BA : B1 = A9 : 1m$, и $BA : B2 = A9 : 2n$ и проч. (§. 92.). Почему $1m$ есть десятая часть линѣи A 9, такЪ какЪ B 1 есть десятая часть линѣи A B. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 100. Слѣдовательно на семъ маштабѣ изображаются части трехъ Геометрическихъ мѣръ; и ежели линѣя А С возмется за мѣру фута: то десятыя ея части будутъ значить дюймы, и десятыя части дюймовъ, или линѣи, частицами 1 *m*, 2 *n*, и проч. означаются.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 101. Изъ чего явствуетъ, что 1 *m* есть сотая часть линѣи А С, и такимъ образомъ прямая линѣя раздѣляется на сто равныхъ частей.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 102. Всякъ самъ разумѣетъ то, что такіе маштабы различной величины здѣланы быть могутъ, какъ кому угодно будетъ, въ бóльшихъ, или въ меньшихъ другихъ линѣяхъ глазамъ представлять помянутыя линѣи Геометрическихъ мѣръ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 103. Сверьхъ того, ежели не будетъ угодно три сорта Геометрическихъ мѣръ столь труднымъ образомъ изображать на такомъ маштабѣ: то довольно иногда бываетъ, ежели на прямой линѣѣ А В два только сорта тѣхъ мѣръ изображены будутъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

ф. 48. §. 104. Употребленіе Геометрическаго маштаба есть слѣдующее: линѣю (изъ фигуры, или образца, къ которому тотъ маштабъ принаравливается) взявъ циркулемъ, перенеси на маштабъ, и особливо на нижнюю линѣю, такимъ образомъ тотчасъ видно будетъ, сколько цѣлыхъ и десятыхъ тѣхъ частей оная линѣя содержитъ; естьли жъ далѣе и изъ третьяго сорта частицы въ той линѣѣ содержатся: то оныя находятся, подвигая въ верьхъ по перпендикулярной линѣѣ E G, или F H и проч. ножку циркула до тѣхъ поръ, пока другая его ножка не ляжетъ на перерѣзѣ которой ни будь параллельной и поперечной линѣи, въ клѣточкѣ A B C D, ибо сколькая та линѣя, къ которой другая измѣряемая принаравливается циркулемъ, будетъ, считая отъ нижней, столько частицъ третьяго сорта, сверьхъ двухъ первыхъ сортовъ, и линѣя измѣряемая содержитъ. Что, смотря на одинъ образецъ, ясно можно видѣть. На пр. линѣя X Z (ежели линѣя А С будетъ принята за сажень) содержитъ двѣ сажени, три фута, и сверьхъ того четыре дюйма. Равнымъ образомъ и части, или мѣры другой какой ни будь данной линѣи снимаются съ Геометрическаго маштаба.

ЗАДА-

ЗАДАЧА XV.

§. 105. *Найти двухъ мѣстъ разстоянїе АВ, котораго, за препятствїемъ въ срединѣ находящимся, вымѣрять не можно.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Воткни колъ на какомъ ни будь третьемъ мѣстѣ С, и оттуда вымѣряй разстоянїе АС, и перенеси оное назадъ въ тойже прямой линѣѣ въ Е; потомъ вымѣряй разстоянїе средняго кола отъ другой крайней точки СВ, и перенеси оное также назадъ въ D, и въ Е и D воткни по колу, такимъ образомъ линѣя DЕ будетъ равна искомому разстоянїю АВ. Ф. 49.
2. Ежели, для продолженїя назадъ линѣй АС и СВ, не достаетъ мѣста: то перенеси хотя нѣсколькую ихъ часть, на пр. половинную, третью и проч. и будетъ умѣщаться между крайними ихъ точками подобная нѣсколькая часть разстоянїя, то есть FG.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ первомъ случаѣ, △АСВ = △СDЕ, для равныхъ угловъ, которые при верьху С находятся (§. 48.), и для равныхъ двухъ боковъ; слѣдовательно DЕ = АВ (§. 49). Во второмъ же случаѣ, для подобной пропорцїи нѣсколькихъ частей, служитъ слѣдующая пропорцїя СF : СD = СG : СЕ; слѣдовательно FG параллельна съ основанїемъ DЕ (§. 91.), и треугольники СFG и СDЕ суть подобные, и потому имѣетъ мѣсто слѣдующая пропорцїя СF : СD = FG : DЕ, или АВ. Ч. н. д.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ф. 50. 1. Поставь столикъ (§. 33.) на какомъ ни будь третьемъ мѣстѣ С, изъ котораго бы можно было видѣть обѣ крайнія точки измѣряемой линѣи.

2. Воткни на ономъ шпильку, и приложи къ ней линѣйку съ діоптрами, и къ L и M проведи линѣи.

3. Вымѣряй разстоянія CL и CM, и по Геометрическому маштабу возьми подобныя мѣры (§. 104.), и изъ С перенеси оныя на линѣи проведенныя на столикѣ; потомъ проведи линѣю *no*, и вымѣряй оную потомужъ маштабу, и будетъ извѣстна величина линѣи LM.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже по маштабу взятыя части *no* и *co* пропорціональны бокамъ LC и CM то *no* параллельна съ основаніемъ (§. 91.), и меньшой треугольникъ подобенъ большому (§. 92.), и бокъ *no*, по маштабу взятой, равенъ искомому боку LM.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Ежели помощію Астролябіи, то есть цѣлаго круга, или полукружія, вымѣряется уголъ С, и саженью будутъ опредѣлены бока, замыкающіе оной уголъ: то, помощію полукружія и Геометрическаго маштаба, можетъ составленъ быть треугольникъ подобной большому. То есть, помощію полукружія, дѣлается уголъ такойже величины, а по маштабу подобныя найденныхъ боковъ (§. 41.) линѣи къ тому-

мужъ

мужъ углу принаравливаются (§. 104.), что здѣлавъ, третья сего треугольника линѣя будетъ показывать искомое разстоянїе.

ЗАДАЧА XVI.

§. 106. *Найти разстоянїе двухъ мѣстъ АВ, изъ которыхъ къ одному только В подойти можно.* Ф. 51.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Возьми по изволенїю третье мѣсто С около крайней точки В, и онаго разстоянїе отъ В, то есть, ВС перенеси въ прямой линѣѣ въ BD, и въ С и D воткни по колу такъ, чтобъ видѣть и различать оные можно было.
2. На прямой линѣѣ АС, воткни другой колъ Е, и онаго разстоянїе отъ средняго кола, то есть, ВЕ перенеси, наблюдая прямую линѣю, въ F.
3. Потомъ подвигайся назадъ, и ищи точку G, изъ которой бы колья F и D, и двѣ крайнїя точки А и В казались въ прямой линѣѣ, тамъ будетъ GB = AB.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

△EBC = △BFD, по причинѣ равныхъ угловъ, при верьху находящихся, и двухъ боковъ съ обѣихъ сторонъ равныхъ (§. 59.); слѣдовательно уголъ C = D. Чего ради и △ABC = △BDG, понеже углы при верьху В (§. 48.), и прочїе два при С и D суть равные, и BC = BD (§. 60.); слѣдовательно AB = BG. Ч. н. д.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ф. 52. 1. Поставь столикъ въ крайней точкѣ В, къ которой подойти можно, и сверьхъ того выбери другое мѣсто С для второй станціи.

2. Воткнувъ шпильку на столикѣ въ точкѣ *i*, которая надъ крайнею точкою В находится, смотри въ діоптры, на линѣйкѣ утвержденныя, къ точкамъ А и С, и къ онымъ на столикѣ проведи линѣи.

3. Вымѣряй саженью линѣю ВС, и мѣру ея, по маштабу взятую, перенеси на линѣю, которая на столикѣ къ другой станціи проведена, въ *i*С.

4. Потóмъ перенеси столикъ, и поставь его въ крайней точкѣ другой станціи С такимъ образомъ, чтобъ линѣя С*i* простиралась къ крайней точкѣ В, которую линѣйка съ діоптрами показываетъ.

5. Наблюдая тожe положеніе столика, смотри въ діоптры къ другой крайней точкѣ А, и замѣть прежней линѣи, которая на столикѣ въ первой станціи поставленномъ изъ В къ А проведена была, перерѣзъ въ *m*: то будетъ *mi* = АВ. Понеже явствуетъ изъ предъидущихъ, что треугольники С*im*, и САВ суть подобные; слѣдовательно и разстояніе *mi*, взятое по маштабу, равно линѣѣ АВ.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Точно сходствуетъ съ показаннымъ въ предъидущей задачѣ. Понеже изъ двухъ угловъ С и В, Гоніометрическимъ инструментомъ

томъ вымѣрянныхъ и одного даннаго бо́ка CB, принявъ въ помощь Геометрической маштабъ, можно здѣлать треугольникъ C *m i* подобной большому ABC (§. 92.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 107. Явствуетъ притомъ, что по сей задачѣ можно найти широту какой рѣки.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 108. Ежели въ первомъ рѣшеніи за тѣснотою цѣлыхъ линѣй BC и BE далѣе B перенести не возможно: то довольно, естьли нѣсколькія только части тѣхъ линѣй въ BH и BI взяты будутъ; ибо такимъ образомъ подобная часть BK бо́ка BG = AB находится См. пред. задачу и §. 92.

ЗАДАЧА XVII.

§. 109. *Найти разстояніе двухъ мѣстъ* AB, *изъ которыхъ ни къ одному подойти не возможно.* Ф. 53

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Ежели колья и сажень въ помощь для измѣренія приняты будутъ: то предъидущая задача дважды повторена быть должна, чрезъ которую найдутся линѣи AC = CL и CB = CK, и здѣлавъ то, по причинѣ равныхъ угловъ, при верьху C находящихся, будетъ △ABC = △CKL, и AB = KL (§. 59.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Принявъ въ помощь столикъ, выбери двѣ Ф. 54 станціи D и C, и въ первой, подлѣ линѣйки съ діоптрами, и на точки B, A, D наведенной, проведи линѣи,
2. Потомъ вымѣрявъ разстояніе CD, возьми оное по маштабу въ *o e*, и поставивъ столикъ подлѣ точки D, и проведши линѣю

нѣю *ое* къ первой станцїи, изъ *о* къ А и В проведи другїя линѣи, и гдѣ оныя будутъ пересѣкать линѣи, которыя въ первой станцїи проведены были, тамъ всю оную фигуру A B C D представятъ въ маломъ видѣ, и опредѣлится разстоянїе A B = *rn*, которое по томужъ маштабу вымѣрять надлежитъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже △ *roe* = △ A D C, по причинѣ общихъ угловъ при *о* и *е* находящихся, и *ое* = D C по положенїю, сверьхъ того △ *one* = △ B D C по тойже причинѣ (§. 60.); слѣдовательно △ *rne* = △ A B C (§. 59.), и линѣя *rn* = A B.

РѢШЕНIЕ ТРЕТIЕ.

По Гонїометрическому инструменту сыщи углы при *о* и *е* находящїеся, и линѣю *ое* возьми по маштабу, такимъ образомъ малые треугольники *roe*, *one* и *rne* подобные большимъ треугольникамъ A D C, B D C и A B C (или лучше, по причинѣ равенства меньшихъ боковъ по маштабу вымѣрянныхъ, и большихъ саженью равнымъ образомъ опредѣленныхъ, равные В) составлены быть могутъ, что здѣлавъ, будетъ извѣстна линѣя *rn* = A B.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 110. Геодезисту при рѣшенїи такихъ задачъ должно наблюдать то, чтобъ не очень малыя разстоянїя станцїй принимаемы были, и столикъ отъ положенїя горизонтальнаго, а колья отъ положенїя вертикальнаго не уклонялись. Ибо обѣ такїя погрѣш-

грѣшности въ практикѣ помѣшательство, и измѣренiе сумнительнымъ обыкновенно дѣлаютъ.

ЗАДАЧА XVIII.

§. 111. *Вымѣрять высоты.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ. Ф. 55.

Случай 1. *Ежели къ высотѣ подойти можно.* Возьми два кола DE и FH, изъ которыхъ бы первой былъ вышиною въ пять, а другой, въ восемь, или девять футовъ. Меньшой колъ воткни въ какомъ ни будь мѣстѣ, и къ нему приложи глазъ. Потомъ большой колъ поставь перпендикулярно подлѣ меньшаго въ FH такъ, чтобъ приложеннымъ глазомъ къ точкѣ D усмотрѣть въ одной прямой линѣѣ верьхнiя точки F и A большаго бока и измѣряемаго перпендикула. Что зделавъ, вымѣряй какъ разстоянiе DB меньшаго кола отъ перпендикула измѣряемой высоты, такъ разстоянiе DG и разность кольевъ FG. И понеже $\triangle DGF \backsim \triangle DAB$, по причинѣ общаго угла D и прямаго G равнаго прямомужъ B (§. 85. 95.): то будетъ слѣдующая пропорцiя:

$$DG : GF = DB : BA$$

въ которой, когда три первые члена даны, и третей будетъ извѣстенъ, хотя въ числахъ (§. 115. Ариѳ.), или въ линѣяхъ (§. 97.) пожелаешь рѣшить задачу. Наконецъ, естьли къ линѣѣ AB придастся $BC = DE$ (§. 77.), будетъ извѣстна вся высота AC.

Случай

Случай 2. Ежели къ высотѣ подойти не можно. Найди сперьва разстоянїе СЕ (§. 106.), и далѣе поступай такъ, какъ въ первомъ случаѣ показано.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ф. 56. Помощїю столика. *Случай 1. Ежели къ высотѣ подойти можно.* Поставивъ столикъ въ С, утверди его въ верьтикальномъ положенїи, и къ шпилькѣ воткнутой въ С приложивъ линѣйку съ дїоптрами, означь горизонтальную линѣю *cb*, потомъ поворотивъ дїоптры въ верьхъ А, проведи линѣю *ca*, послѣ того вымѣрявъ линѣю СВ, перенеси оную по маштабу въ *cb*, и изъ точки *b* поставь перпендикулярную линѣю $ab = AB$ (§. 60.).

Ф. 57. *Случай 2. Ежели къ высотѣ подойти не можно.* Найди сперьва или разстоянїе какой ни будь станцїи отъ перпендикула, и далѣе поступай такъ, какъ въ предъидущемъ рѣшенїи показано, или выбери два мѣста для станцїй въ N и M, и на столикѣ, въ первой станцїи N утвержденномъ, проведи линѣю къ верьху А, и горизонтальную *or*, и вымѣрявъ разстоянїе станцїй MN, назначь оное по маштабу на линѣѣ *or*; потомъ поставивъ столикъ въ M, и приложивъ дїоптры къ точкѣ *r*, смотри опять къ верьху А, и проведи линѣю *rk*, которая пересѣчетъ первую въ точкѣ *k*, откуда опусти перпендикулъ $kl = AL$. Такимъ образомъ подобные треугольники *ork* и *klr* произойдуть,

дутъ, или лучше, по причинѣ подобнаго числа мѣръ въ обоихъ случаяхъ, приличествующихъ линѣямъ, будутъ равные треугольникамъ AMN, и ALM (§. 60.); слѣдовательно $kl = AL$.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Какимъ образомъ, въ разсужденіи обоихъ случаевъ, помощію круга, или полукружія, съ находящимися при немъ діоптрами, сыскавъ два угла, и знавъ линѣю станцій, можетъ зделанъ быть, помощію Геометрическаго машштаба, малой треугольникъ, которой бы точно подобной былъ большому, и показывалъ искомой перпендикулъ, о томъ примѣрами въ предъидущихъ задачахъ ясно показано было.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 112. *Уголъ при центрѣ* (Angulus ad centrum) есть, котораго бока соединяются въ центрѣ круга; *уголъ при окружности* (angulus ad peripheriam) есть, котораго бока смыкаются въ точкѣ окружности.

ТЕОРЕМА XVI.

§. 113. *Уголъ при центрѣ* BCD *есть вдвое больше угла при окружности* BAD, *когда бока обоихъ угловъ состоятъ на одной тойже дугѣ окружности.* Ф. 58.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Случай 1. Когда одинъ бокъ угла при окружности проходитъ чрезъ центръ, а другой внѣ центра находится: то, поколику

Г

лику въ равнобедренномъ треугольникѣ ACD (§. 20.) углы при основанїи A и D равны между собою (§. 64.), и внѣшней уголъ $DCB = A + D$ (§. 86.), которые поколику также равны между собою: то уголъ при центрѣ DCB есть вдвое больше угла при окружности DAB.

Ф. 59. *Случай* 2. Когда оба бока угла при окружности внѣ центра будутъ расположены такъ, что одинъ бокъ съ одной, а другой съ другой стороны центра будетъ поставленъ: то, проведши изъ верьху угла при окружности чрезъ центръ линѣю ACE, произойдетъ вдвое первой случай. То есть, $x = 2n$, и $y = 2r$ по первому случаю; слѣдовательно также $x + y = 2n + 2r$ (§. 25. Ариѳ.), или уголъ BCD есть вдвое больше угла BAD.

Ф. 60. *Случай* 3. Когда оба бока угла при окружности съ одной стороны центра находятся: то будетъ $y + x = 2r + 2n$ по первому случаю. Но $x = 2n$ потомужъ первому случаю; слѣдовательно $y = 2r$ (§. 26. Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

Ф. 61. §. 114. Углы при окружности A и B, которыхъ бока состоятъ на одной дугѣ, или на равныхъ, равны между собою, понеже они суть половинные равныхъ угловъ при центрѣ (§. 30. Ариѳ.). Углы жъ при окружности, которые состоятъ на неравныхъ дугахъ, суть между собою не равные, и изъ оныхъ тотъ уголъ есть большой, которой противополагается бо́льшей дугѣ, а тотъ меньшой, которой противополагается меньшей дугѣ.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 115. Мѣра угла при окружности есть половинная дуга той окружности, на которой состоятъ бока угла.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 116. Чего ради уголъ въ полукружїи А, котораго бока состоятъ на поперешникѣ, есть прямой. И начертивъ полукружїе, многїе прямые углы въ ономъ удобно составляются. Изъ чего можно также научиться и тому, какъ повѣрять наугольникъ, которой здѣланъ мастеромъ. Ф. 62.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 117. Уголъ при окружности, котораго бока стоятъ на большей дугѣ, нежели полукружїе, есть тупой, или больше прямаго; а которой противополагается меньшей дугѣ, нежели полукружїе, есть острой, или меньше прямаго.

ЗАДАЧА XIX.

§. 118. *Воставить перпендикулярную линѣю на концѣ А другой линѣи.* Ф. 63.

РѢШЕНІЕ.

1. Надъ данною линѣею возьми въ какомъ нибудь мѣстѣ центръ С, и изъ онаго опиши кругъ чрезъ крайнюю точку А, на которой надлежитъ воставить перпендикулярную линѣю.
2. Изъ другой точки В, которую кругъ, пересѣкая туже линѣю, означаетъ, чрезъ центръ проведи поперешникъ B C D, и изъ D къ А опусти искомой перпендикулъ. Понеже уголъ D A B есть прямой (§. 11[illegible].), какой заключается между перпендикулярными линѣями (§. 34.).

ЗАДАЧА XX.

§. 119. *Найти среднюю пропорцїональную линѣю между двумя прямыми линѣями.* Ф. 64.

РѢШЕНІЕ.

1. Данныя прямыя линѣи AB и BC соедини, и на соединенной линѣѣ ABC опиши полкруга.

2. Потомъ изъ точки соединенїя В воставь перпендикулярную линѣю BD, которая будетъ искомая средняя пропорцїональная линѣя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Треугольники ADC, ABD и BDC суть равноугольные, и между собою подобные (§. 93.). Понеже прямой уголъ r равенъ углу, состоящему въ полукружїи ADC (§. 116.), и углы s и o суть общїе какъ большому, такъ и меньшимъ двумъ треугольникамъ; изъ чего явствуетъ, что всѣ углы суть равные (§. 85.); слѣдовательно служитъ такая пропорцїя (§. 92.), AB:BD = BD:BC, и BD есть средняя пропорцїональная линѣя между двумя данными (§. 111. Ариѳ.). Ч. н. з. и д.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 120. Слѣдовательно всѣ линѣи, отъ точекъ окружности на поперешникъ перпендикулярно проведенныя, суть среднїя пропорцїональныя линѣи между отрѣзками того поперешника.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 121. И понеже △ADC есть всегда прямоугольной: то видно, что перпендикулярная линѣя, которая изъ прямаго угла опускается на гипотенузу, раздѣляетъ треугольникъ на два другїе прямоугольные треугольника, между собою и цѣлому подобные.

ЗАДАЧА XXI.

§. 122. *Найти двѣ среднїя непрерывно пропорцїональныя линѣи между двумя прямыми линѣями* AB *и* AC.

Ф. 65.

РѢШЕНИЕ.

1. Соедини AB и AC подъ прямыми углами, и здѣлай четвероbочную и прямоугольную фигуру ABCD.

2.

2. Проведи вЪ сей фигурѢ поперешники CB и AD, и продолжи линѣи AB и AC.

3. ПотомЪ кЪ углу D приложи линѣйку, и одну ножку циркула поставивЪ вЪ центрѢ фигуры G, другую ножку онаго раствори до точекЪ E и F, и линѢйку до тѢхЪ порЪ туда и сюда подвигай, пока линѢи GE и GF не будутЪ равныя. Что здѢлавЪ, будетЪ EC первая, а BF другая искомая пропорцїональная линѢя.

Доказательства для сего рѢшенїя изЪ показанныхЪ до сихЪ мѢстЪ ГеометрическихЪ основанїй вывести не можно, ибо, хотя и справедлива слѢдующая пропорцїя CD : EC = BF : BD (§ 92.); однако сверьхЪ того должно показать, что тѢ только частицы EC и BF суть среднїя непрерывно пропорцїональныя линѢи между данными, которыхЪ крайнїя точки опредѢляются равными линѢями GE и GF, изЪ центра параллелограмма проведенными. См. Штурм. *Матем. изъясн.* стран. 308.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 123. СпособЪ сей Механической изобрѢлЪ ГеронЪ, по свидѢтельству Евтоцїеву, вЪ *Коммент. кЪ Архимед. о ШарѢ и ЦилиндрѢ*, стран. 15, на которомЪ мѢстѢ онЪже многїя другїя для тойже задачи рѢшенїя, отЪ древнихЪ математиковЪ разумно вымышленныя, объявляетЪ; нынѢшняго жЪ вѢка изобрѢтенїя, которыя принадлежатЪ кЪ сей задачѢ, вездѢ преподаются писателями аналитики. См. Слуз. *МесолабЪ* (Mesolabum). Но понеже о механическомЪ рѢшенїи теперь упомянуто; того ради за благо разсуждается упомянуть здѢсь о томЪ, какЪ то сїе

 рѢше-

рѣшенїе разнствуетъ отъ Геометрическаго. То есть *рѣшенїе задачи Геометрическое* есть то, которое въ силу ясныхъ и не сомнительныхъ Геометрическихъ началъ дѣлается, такъ что всѣ обстоятельства, для рѣшенїя задачи, должны быть извѣстны. *Механическоежъ* (ἀπὸ τῆς μηχανῆς отъ инструмента названное) дѣлается помощїю инструмента, котораго употребленїе бываетъ иногда ложное и сомнительное. На пр. въ предложенномъ выше сего примѣрѣ, линѣйку къ верьху угла D приложенную до тѣхъ поръ туда и сюда должно подвигать, пока точки E и F не будутъ равно отстоять отъ центра фигуры G, чего получить не можно, развѣ чрезъ частые опыты и перемѣны положенїя инструмента. См. Невтон. *предупѣд. начал. Философ. Матем.*

ТЕОРЕМА XVII.

§. 124. *Равныя дуги въ томже кругѣ противополагаются равнымъ хордамъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ф. 66. Пусть будутъ равныя дуги AGB и BFC, подъ коими проведенныя хорды DB и BC, будутъ равны между собою; понеже, ежели отъ крайнихъ ихъ точекъ къ центру D проведутся полупоперешники, будетъ △ ADB = △ BDC, поколику равныя дуги противополагаются равнымъ угламъ при центрѣ (§. 29.), и полупоперешники тогожъ одного круга, или бока AD, DB и DC также суть равны между собою (§. 19.); слѣдовательно AB = BC (§. 56.). Ч. н. д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 125. Когда жъ дуги суть неравныя: то и хорды ихъ не равны, то есть, большая хорда большей дугѣ, а меньшая меньшей противополагается.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 126. И понеже извѣстно, что всякой треугольникъ можетъ написанъ быть въ кругѣ (§. 68.), и ежели положимъ, что то уже здѣлано о: то всѣ углы въ треугольникѣ будутъ состоять при окружности, изъ которыхъ тѣ углы суть вдвое больше, которые при центрѣ противополагаются тѣмже дугамъ (§. 113.). Чего ради меньшой треугольника уголъ C меньшей дугѣ AEB, а большой уголъ A большей дугѣ BFC противополагается. Но большой бокъ большей дуги, а меньшой бокъ меньшей дуги есть хорда: то слѣдуетъ, что въ треугольникѣ большой уголъ большему боку, а меньшой меньшему противополагается. Ф. 67.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 127. Сверьхъ того изъ сихъ происходитъ другая истинна, о которой уже упомянуто (§. 61.). То есть, въ двухъ треугольникахъ, которые имѣютъ всѣ три бока равные, будутъ и всѣ углы равны между собою. Ибо, написавъ треугольникъ въ кругѣ, равныя хорды будутъ соотвѣтствовать равнымъ дугамъ, которыя опредѣляютъ равные углы при центрѣ и при окружности (§. 113.), или углы равные въ треугольникѣ.

ТЕОРЕМА XVIII.

§. 128. *Поперешникъ круга есть изъ всѣхъ хордъ, которыя въ томже кругѣ проведены быть могутъ, самая большая хорда.* Ф. 68.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Хотя другая какая ни будь линѣя, на пр. DE, очень близко къ поперешнику AB проведется; токмо она будетъ меньше поперешника. Ибо проведши полупоперешники DC и CE, въ $\triangle DCE$ будетъ $DE < DC + CE$ (§. 10.), и понеже $DC + CE = AB$: то будетъ $DE < AB$. Ч. п. д.

ЗАДАЧА XXII.

§. 129. *Данъ поперешникъ круга, вымѣрять окружность; и обратно, знавъ окружность, найти поперешникъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Какъ уже, тщаніемъ нѣкоторыхъ остроумнѣйшихъ Геометровъ, пропорціи поперешника и окружности довольно совершенныя найдены: то и мы до тѣхъ поръ будемъ употреблять оныя, пока ниже сего въ плоской Тригонометріи не будетъ случая находить и доказывать такуюжъ пропорцію. То есть, поперешникъ содержится къ окружности

По Архимед. какъ 7 : 22
— Луд. Цейлеп, какъ 100 : 314
— Адр. Мец. какъ 113 : 355.

И такъ по данному поперешнику какого ни будь круга, самая окружность, подобною пропорціею опредѣленная, находится чрезъ тройное правило (§. 115. Ариѳ.). На пр. пусть будетъ поперешникъ круга 2,° 5,' 6:'' то окружность онаго найдется чрезъ слѣдующія пропорціи:

$$7 : 22 = 256 : 804\tfrac{4}{7}$$
$$100 : 314 = 256 : 803\tfrac{21}{25}$$
$$113 : 355 = 256 : 804\tfrac{28}{113}$$

2. Обратно, знавъ окружность, поперешникъ найдется такимъ образомъ:

$$22 : 7 = 804\tfrac{4}{7} : 256,$$ и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 130. И понеже такое содержаніе служитъ для всѣхъ круговъ: то явствуетъ изъ того, 1) окружности круговъ содержатся между собою какъ ихъ поперешники,

или

или полупоперешники; такоежъ содержанїе имѣютъ и подобныя дуги разныхъ круговъ (§. 120. Ариѳ.). 2) знавъ всю окружность, частьми прямолинѣйной мѣры опредѣленную, подобнымъ образомъ нѣкоторая ея доля, или дуга, которой число градусовъ извѣстно, опредѣлится чрезъ тройное правило.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 131. Содержанїе поперешника къ окружности первой изобрѣлъ Архимедъ, котораго и теперь еще есть въ свѣтѣ книжка, которую онъ назвалъ Κύκλου μέτρησις. Онъ же на сей конецъ принялъ правильныя многоугольныя фигуры, одну написанную въ кругѣ, а другую около круга, и обѣ сосостоящїя изъ 96 боковъ, и вычисливъ прямолинѣйное окруженїе обѣихъ фигуръ, для средняго круга показанную теперь пропорцїю къ поперешнику нашелъ, и показалъ, что въ окружности содержится поперешникъ меньше, нежели $3 + \frac{1}{7}$, а больше нежели $3 + \frac{10}{71}$. Потомки жъ его тоже самое болѣе исправили, и содержанїе обѣихъ линѣй чрезъ большїя числа обстоятельнѣе опредѣлили. О чемъ ниже сего въ Тригонометрїи нѣкоторымъ примѣромъ изъяснено будетъ (§. 54. Триг. пл.). Впрочемъ между всѣми пропорцїями, которыя состоятъ изъ малыхъ чиселъ, имѣетъ преимущество Мецїева, потому что она есть средняя между Архимедовою и Цейленовою; и какъ Цейленъ содержанїе поперешника къ окружности чрезъ знаки, или числа XXXVI. изобразилъ: то Мецїй пропорцїю семи первыхъ чиселъ чрезъ оныя малыя числа 113 : 355 нашелъ слѣдующимъ образомъ: 113 : 355 = 10000000 : 31415929. Ибо Цейленъ находитъ четвертое сей пропорцїи число = 31415926. См. Людолф. Цейлен. Гильдесг. кн. о кругѣ, которая произошла на Нидерландскомъ языкѣ въ Дельфахъ 1596. год. въ листъ, притомъ Таквет. Теор. выбран. изъ Архимед. предл. 6.

ГЕОМЕТРІЯ

ГЛАВА ВТОРАЯ

ЕПИПЕДОМЕТРІЯ,

или

О

ИЗМѢРЕНІИ ПОВЕРЬХНОСТЕЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXV.

§. 132.

Поперъхность (superficies) есть такая величина, которая простирается въ длину и ширину, ограничивается линѣями, и никакой толщины не имѣетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVI.

§. 133. *Поперъхность* есть, или *плоская* (superficies plana), которая простирается на плоскости, и ограничивается прямыми линѣями, или *крипая* (curua), которую ограничиваютъ кривыя линѣи.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 134. Происхожденіе поверьхности можетъ изъяснено быть, ежели представимъ, что прямая, или кривая линѣя движется такъ, какъ другая линѣя проведена, и своего движенія слѣды вездѣ оставляетъ: то прямая линѣя, такимъ образомъ движущаяся, поверьхность плоскую, а кривая кривую производитъ.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVII.

§. 135. Поверьхности плоскія суть, или *троебочныя* (trilaterae), или *четверобочныя* (quadrilaterae), или *многобочныя* (plurium laterum, siue polygonae). О троебочныхъ поверьхностяхъ, и ихъ различіи, въ предъидущей главѣ говорено было (§. 49. и слѣд.). Четверобочныяжъ поверьхности вопервыхъ суть *параллелограммы* (parallelogramma,) которые имѣютъ по-два противоположенные бока параллельные, и таковыхъ параллелограммовъ суть четыре слѣдующіе вида:

1. *Квадратъ* (quadratum) есть поверьхность плоская, имѣющая четыре бока равные, и четыре угла прямые. Ф. 69.

2. *Продолгопатой четыреугольникъ* (rectangulum) есть, которой имѣетъ два только каждые противоположенные бока параллельные равные, и четыре угла прямые. Ф. 70.

3. *Ромбъ* (rhombus) есть фигура четверобочная, имѣющая четыре бока равные, токмо углы косые. Ф. 71.

4. *Ромбоидъ* (rhomboides) есть фигура четверобочная, имѣющая противоположенные бока параллельные и равные, токмо углы косые. Ф. 72.

Сверьхъ параллелограммовъ суть также фигуры четверобочныя, *трапецїями* (trapezia) называемыя, которыя ни угловъ, ни боковъ равныхъ не имѣютъ. Ф. 73.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVIII.

§. 136. *Линѣею дїагональною* (linea diagonalis), также *поперешникомъ* (diameter) называется прямая линѣя E G, или F H, которая въ четыреугольныхъ фигурахъ отъ одного Ф. 70.

угла

угла къ другому противоположенному проводится.

ЗАДАЧА XXIII.

§. 137. *Начертить четвероbочныя фигуры.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 69. 1. Для *Квадрата.* На основаніи BC поставь перпендикулярную линѣю AB = BC, и туже линѣю взявъ циркулемъ, здѣлай оною изъ C и A разрѣзы, которые бы взаимно пересѣкали себя въ D, и потомъ проведи линѣи AD и DC.

Ф. 70. 2. Для *продолговатаго четыреугольника.* Соединивъ линѣи FG и EF подъ прямымъ угломъ, здѣлай равнымъ образомъ разрѣзы изъ E раствореніемъ FG, а изъ G раствореніемъ EF, и провед и линѣи EH и HG.

Ф. 71. 3. Для *ромба.* Соедини равныя линѣи AB и BC подъ даннымъ косымъ угломъ, и одинакимъ раствореніемъ изъ A и C здѣлай разрѣзы въ D, и проведи линѣи AD и DC.

4. Для *ромбоида.* Соедини линѣи FH и EF подъ даннымъ косымъ угломъ, и изъ E раствореніемъ FH, а изъ H раствореніемъ FE, здѣлай разрѣзы въ G, и оную точку съ крайними E и H соедини прямыми линѣями.

Ф. 73. 5. *Трапецій* состоитъ изъ двухъ треугольниковъ IKL и LKM, слѣдовательно, когда будутъ даны бока трапецїя и дїагональная линѣя LK, два оные треугольника составлены быть могутъ (§. 54). Истинна всего сего явствуетъ изъ §. 135.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIX.

§. 138. *Многоугольниками* (polygona) называются тѣ фигуры, которыя больше угловъ и боковъ имѣютъ, нежели четыре. Суть, или *правильные* (regularia), которые имѣютъ всѣ углы, и всѣ бока равные; или *неправильные* (irregularia), въ которыхъ и углы и бока величиною различествуютъ; наименованіе жъ имѣютъ отъ числа угловъ. На пр. *пятіугольникъ* (pentagonum) изъ пяти; *шестіугольникъ* (hexagonum) изъ шести; *семіугольникъ* (heptagonum) изъ семи; *осьміугольникъ* (octagonum) изъ восьми; *девятіугольникъ* (enneagonum) изъ девяти; *десятіугольникъ* (decagonum) изъ десяти угловъ состоитъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§. 139. *Уголъ при центрѣ* (angulus centri) въ многоугольникѣ есть EDF, которой заключается между полупоперешниками, изъ крайнихъ точекъ бока многоугольника, къ центру проведенными. *Уголъ многоугольника* (angulus polygoni) есть BAC, которой между самыми боками многоугольника, къ окружности проведенными, содержится. Ф. 74.

ЗАДАЧА XXIV.

§. 140. *Начертить правильной шестіугольникъ, когда данъ бокъ его.* Ф. 74.

РѢШЕНІЕ.

Бокомъ шестіугольника, такъ какъ полупоперешникъ, опиши кругъ, и на окружность его шесть разъ перенеси полупоперешникъ, и точки раздѣленія окружности соедини прямыми линѣями, такимъ обра-

образомъ составится правильной шестiугольникъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже проведши полупоперешники изъ центра D къ боку многоугольника, будетъ ∠ D E F равносторонной, и уголъ E D F есть 60 градусовъ (§. 8.). Но 60 есть шестая часть окружности, или 360 градусовъ; слѣдовательно дуга противоположенная углу D есть шестая часть окружности, и самая хорда онаго составляетъ бокъ правильнаго шестiугольника. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 141. Такимъ образомъ знавъ, какъ начертить шестiугольникъ, будетъ извѣстно составленiе и двенатцатiугольника, которой состоитъ изъ XII. боковъ, или другаго всякаго правильнаго многоугольника, которой отъ безпрерывнаго раздѣленiя на-двѣ части дугъ шестiугольника происходитъ (§. 67.).

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 142. Кромѣ сего удобнѣйшаго черченiя шестiугольника, и другихъ нѣкоторыхъ правильныхъ многоугольниковъ Геометрическое составленiе изобрѣли художники. Но понеже оное изъ показанныхъ до сихъ мѣстъ Геометрическихъ начальныхъ основанiй доказано быть не можетъ; того ради надлежитъ теперь оставить оное. О правильномъ пятiугольникѣ упоминаетъ Эвклидъ въ Элемен. кн. IV. предл. 11. и слѣд. другое описанiе тогожъ пятiугольника показываетъ Птоломей *слож. велич.* кн I. гл. 9. О пятнатцатiугольникѣ жъ изъясняетъ Эвклидъ кн IV. предл. 16; а всеобщаго способа, для составленiя всякихъ правильныхъ фигуръ, еще не найдено. Хотя Карлъ Геналдинъ о рѣшенiи и состав. Мат. кн. 2.
Ф. 75. стран. 367. и слѣд. и похваляетъ сiе правило: 1 поперешникъ круга раздѣли на столько частей, сколько боковъ будетъ имѣть многоугольная фигура.

фигура. 2. потомъ на ономъ поперешникѣ АВ здѣлай равносторонной треугольникъ АВС (§. 55), и 3, изъ верьху его С, чрезъ крайнюю точку D второй части поперешника, (то есть, чтобъ BD было равно двумъ частямъ изъ тѣхъ, на который раздѣленъ поперешникъ) проведи прямую линѣю до самой окружности въ Е, и думаетъ онъ, что такимъ образомъ найдется дуга ЕВ, и подъ нею проведенная хорда будетъ бокъ требуемаго многоугольника, которой потомъ для раздѣленія всей окружности принятъ быть можетъ. Однакожъ, какъ раздѣленіе поперешника Механическимъ образомъ дѣлать должно, и практика и доказательство показываютъ, что сей способъ ни подъ какимъ видомъ за Геометрической, а особливо, за всеобщей Механической принятъ быть не можетъ: то явствуетъ, что напрасно оной похваляетъ Реналдинъ. См. слав. Вагнера. Диссер. о екзам. Матем Реналд. издан. въ Гельмштадѣ. 1700. год. Впрочемъ, понеже черченіе правильныхъ многоугольниковъ во многихъ случаяхъ нужно бываетъ, два генеральные механическіе способа здѣсь предлагаются.

ЗАДАЧА XXV.

§. 143. *Начертить Механически всякой правильной многоугольникъ, когда данъ полупоперешникъ круга, въ которомъ оной многоугольникъ написать должно.*

РѢШЕНІЕ.

1. По данному полупоперешнику начерченную окружность круга раздѣли на четыре части, прямыми перпендикулярными линѣями въ центрѣ взаимно пересѣкающимися (§. 38.). Ф. 70.
2. Четвертую часть круга раздѣли циркулемъ на столько равныхъ частей, сколько боковъ многоугольная фигура имѣть будетъ.

3. Изъ оныхъ частей взятыя четыре части составятъ дугу, боку многоугольника такъ какъ хордѣ соотвѣтствующую, помощїю которой вся окружность раздѣлена, и, проведши хорды, многоугольникъ описанъ быть можетъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда для четверти круга столько частей опредѣляется, сколько боковъ имѣть будетъ многоугольникъ, и сїи вчетверо взятыя составляютъ число всѣхъ подобныхъ частей, которыя въ цѣлой окружности содержатся. Но извѣстно изъ умноженїя и дѣленїя Ариѳметическаго, что раздѣливъ произведенїе на одно изъ множимыхъ между собою чиселъ, происходитъ изъ того другое множимое число (§. 66. и слѣд. Ариѳ.); того ради раздѣливъ оное число на четыре, будетъ извѣстно число частей одной четверти круга, которое, какъ уже объявлено, равно числу боковъ многоугольника; слѣдовательно хорда такихъ четырехъ частей есть искомой бокъ многоугольника. На пр. для семїугольника, четверть круга DB имѣетъ 7. частей, а вся окружность 28, которыя раздѣливъ на 4, опять выходитъ 7, для числа боковъ фигуры, которую должно написать въ кругѣ.

ЗАДАЧА XXVI.

§. 144. *Найти величину угла всякаго правильнаго многоугольника.*

РѢШЕНIЕ.

1. Число градусовъ всей окружности 360 раздѣли на число боковъ.

2. Найденное такимъ образомъ частное число вычти изъ суммы двухъ прямыхъ угловъ, то есть, изъ 180 градусовъ, остатокъ покажетъ величину угла правильнаго многоугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ раздѣленіе 360 градусовъ на число боковъ, находится дуга BC, и противоположенной ей уголъ при центрѣ A, которой вычтя изъ 180 градусовъ, въ треугольникѣ ABC останутся два прочіе угла, что при основаніи $x + y$ (§. 79.). Но какъ $\triangle ABC = \triangle ACD$ (§. 127.): то будетъ $y = n$; слѣдовательно $x + y = y + n$ (§. 23. Ариѳ.), которые составляютъ многоугольника уголъ BCD. Положимъ, что надлежитъ найти уголъ правильнаго пятіугольника: то раздѣливъ 360 на 5, произойдутъ 72 град. для угла при центрѣ, которые изъ 180 град. вычтя, останутся 108 град. для угла пятіугольника. Такимже образомъ и слѣдующія величины угловъ при центрѣ и многоугольника сыскиваны.

многоугол.	V	VI	VII	VIII	IX	X.	XI	XII
угол. при цент.	72	60	$51\frac{3}{7}$	45	40	36	$32\frac{8}{11}$	30
угол. многоуго.	108	120	$128\frac{4}{7}$	135	140	144	$147\frac{3}{11}$	150

ЗАДАЧА XXVII.

§. 145. *По данному боку всякаго правильнаго многоугольника, начертить оной механическимъ образомъ.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 77. При обѣихъ крайнихъ точкахъ даннаго бока ВС здѣлай углы, которые бы равны были половинѣ найденнаго угла многоугольника (§. 41.), и чрезъ проведенныя линѣи АВ и АС, на основанїи ВС означь равнобедренной треугольникъ (§. 64.), и изъ центра А, полупоперешникомъ АВ, опиши кругъ, и на окружность его перенеси бокъ многоугольника ВС. Сїи правила явствуютъ изъ того, что объ углѣ при центрѣ и многоугольника выше сего сказано.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 146. Ежели будетъ угодно нѣсколько разъ брать весь уголъ многоугольника, и принаравливать къ нему данной бокъ: то такоежъ дѣйствїе воспослѣдуетъ, токмо практика сїя труднѣе, и чрезъ повторенїе тогожъ одного угла, удобно дѣлается погрѣшность.

ЗАДАЧА XXVIII.

§. 147. Написать въ кругѣ начерченной ужѣ правильной многоугольникъ.

РѢШЕНІЕ.

Два бока многоугольника раздѣли на-двѣ части прямыми перпендикулярными линѣями (§. 39.), и гдѣ они, будучи продолжены, соединятся, тамъ будетъ центръ круга, которой надлежитъ описать около того многоугольника (§. 70.).

ЗАДАЧА XXIX.

§. 148. Найти сумму угловъ правильнаго многоугольника.

РѢШЕНІЕ.

Число боковъ фигуры умножь на 180, изъ произведенїя вычти 360, остатокъ будетъ сумма всѣхъ угловъ многоугольника.

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже треугольники, на которые правильная фигура, полупоперешниками изъ центра проведенными къ крайнимъ точкамъ боковъ, раздѣляется, равны между собою (§. 127.), и каждой изъ нихъ содержитъ въ себѣ два прямые угла = 180 град. (§. 79.); слѣдовательно, вычтя углы при верьху ихъ, или при центрѣ А находящіеся, которые равняются 360 град. (§. 46.), останутся многоугольника углы B, C, D, E, F. Ф. 77.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 149. Таже сумма выходитъ, ежели число градусовъ угла многоугольника будетъ умножено на число боковъ.

ТЕОРЕМА XIX.

§. 150. Треугольныя поверьхности ABC *и* $\alpha\beta\gamma$, *въ которыхъ или* 1) *одинъ уголъ равенъ одному углу, и два бока равны двумъ бокамъ, или* 2) *два угла равны двумъ угламъ, и одинъ бокъ равенъ одному боку, или* 3) *всѣ три бока равные находятся, точно равны между собою.* Ф. 78. 79.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже выше сего (§. 59. 60. 61. 127.) о такихъ треугольникахъ объявлено, что они сходствуютъ между собою, ежели будутъ сравнены; чего ради и поверьхности ихъ сходствовать, и за равныя почтены быть должны. Ч. н. д.

ТЕОРЕМА XX.

§. 151. *Всякой параллелограммъ*
Ф. 70. *дїагональною линѣею E G раздѣляется на два равные треугольника.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Бокъ EH = FG, и EF = HG, (§. 135.), и линѣя EG есть обоимъ треугольникамъ общая; слѣдовательно △ EHG = △ EFG (§. 150. нум. 3.) Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§ 152. Чего ради всякой плоской треугольникъ можетъ принятъ быть за половину такого параллелограмма, которой съ тѣмъ треугольникомъ равное основанїе и высоту имѣетъ.

ТЕОРЕМА XXI.

§. 153. *Треугольники* A B C *и* B C D,
Ф. 80. *которые имѣютъ, или одинакое основанїе, или равныя, и одну перпендикулярную высоту; или, что все равно, которые состоятъ между одними параллельными линѣями, равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведши линѣю AED съ основанїемъ BC параллельную, и продолживъ основанїе BC до F, и изъ C и F воставивъ перпендикулярныя линѣи, составятся три параллелограмма: самой большой AF, средней AC, и самой меньшой EF, изъ которыхъ два послѣднїе содержится въ первомъ. Но △ ABC есть половина параллелограмма AC, и △ DCF половина параллелограмма EF, наконецъ

конецъ △ABC + D △DCF есть половина самаго большаго параллелограмма AF (§. 151.). Но половины частей составляютъ половину цѣлаго (§. 29. Ариѳ.); того ради △BDC + △CDF = △ABC + △CDF, и отъ равныхъ суммъ отнявъ по равной долѣ, то есть, по △CDF останутся равныя, △BDC = △ABC (§. 26. Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 154. Чего ради два параллелограмма A и B, имѣющїе одно, или равное основанїе, и одну высоту, равны между собою; понеже они суть вдвое больше треугольниковъ (§. 152. и 31. Ариѳ.). ф. 81.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 155. Треугольникъ же, съ параллелограммомъ имѣющей равное основанїе и высоту, есть половина того параллелограмма (§. 152.). ф. 81.

ПРИБАВЛЕНIЕ 3.

§. 156. И понеже фигура косая треугольная и четыреугольная B, гораздо бо́льшее окруженїе имѣетъ, нежели фигура, въ прямомъ положенїи поставленная A, и имѣющая съ нею равное основанїе и высоту: то слѣдуетъ, что о площади такихъ фигуръ и ея пропорцїи, изъ сравненїя ихъ окружностей, разсуждать не можно. Чего ради и о широтѣ городовъ, изъ ихъ окруженїя, ничего опредѣлить не можно.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXXI.

§. 157. *Измѣренїе поверьхностей* (Dimensio superficierum) дѣлается, когда квадратная поверьхность опредѣленной величины сравнивается съ большою площадью, и опредѣляется, сколько сїя оную въ себѣ содержитъ (§. 3. 4. предувѣд.). Такая практика τετραγωνισμός, или *квадратура фигуръ* (Quadratura figurarum) называется.

ЗАДАЧА XXX.

§. 158. *Вымѣрять площадь продолгопатаго четыреугольника.* ф. 82.

 РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. Смѣряй основаніе BD, принявъ въ помощь нѣкоторую Геометрическую мѣру длины, о которой выше сего (§. 11.) сказано, и будетъ извѣстно, сколько малыхъ квадратовъ, которыхъ бокъ равенъ принятой мѣрѣ, могутъ состоять на основаніи.
2. Потомъ смѣряй высоту AB, и найденное на оной высотѣ подобныхъ мѣръ число покажетъ, сколько разъ рядъ квадратовъ, на основаніи поставленныхъ, для высоты повторенъ быть можетъ. Чего ради сіе число мѣръ высоты умножь на подобное число основанія, произведеніе покажетъ число квадратовъ, сколько вся площадь продолговатаго четыреугольника имѣетъ. На пр. $AB = 5^{\circ}$, $BD = 8^{\circ}$: то будетъ площадь $ABCD = 40$ квадрат. сажен.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

Ф. 83. §. 159. Площадь квадрата находится, умноживъ данное число бока само на себя, понеже фигура его есть прямоугольная и равнобочная (§. 235.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 160. Понеже мѣра длины, каждая на десять частей раздѣленная отъ Геометровъ принимается (§. 11.); того ради квадратная сажень 100 футовъ квадратныхъ, квадратной футъ 100 дюймовъ квадратныхъ, а квадратной дюймъ 100 квадратныхъ линѣй въ себѣ содержитъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 161. Чего ради Геометрическія мѣры поверьхностей имѣютъ сотенное содержаніе, понеже требуется сто малыхъ квадратовъ, чтобъ изъ нихъ одинъ цѣлой, или квадратъ ближайше большаго сорта могъ составленъ быть.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 162. Ежели сумма квадратныхъ линѣй, или дюймовъ, или квадратныхъ футовъ будетъ дана больше, нежели сто: то въ такомъ случаѣ раздѣляется она на

сорты,

сорты, которые вЪ себѣ содержитЪ, отдѣляя по-два знака отЪ правой руки кЪ лѣвой для каждаго сорта. На пр. дано 126872 квадратныхЪ линѣй, здѣлавЪ отдѣленїе, произойдутЪ 12′, 68″, 72‴.

ПРИБАВЛЕНIЕ 5.

§. 163. И обратно цѣлое удобно раздѣляется на свои сорты, то есть мѣсто каждаго сорта занимаютЪ два нуля. На пр. двѣ квадратныя сажени равняются 200 квадратнымЪ футамЪ, также 2°, 00′, 00′ двадцати тысячамЪ квадратныхЪ дюймовЪ и проч.

ПРИБАВЛЕНIЕ 6.

§. 164. ТакимЪ образомЪ знавЪ сїе, удобно можно складывать и вычитать чїсла, которыя означаютЪ разные сорты мѣры плоскостей, только притомЪ всегда должно наблюдать сотенное содержанїе. На пр.

8°, 72′, 42″	16°, 05′, 94″
7, 33, 52	7, 33, 52
сумма 16, 05, 94	8, 72, 42 разность.

ПРИБАВЛЕНIЕ 7.

§. 165. Понеже мѣры длины, будучи взаимно умножены сами на себя, производятЪ квадраты, и обратно ежели сїи будутЪ раздѣлены на оныя, происходятЪ изЪ того опять мѣры длины (§. 67. Арив.); того ради, когда надлежитЪ умножать между собою десятичныя чїсла, должно сперьва привести оныя вЪ подобные сорты, и потомЪ умножать обыкновеннымЪ образомЪ, и произшедшее изЪ того произведенїе раздѣлить на сорты, опредѣляя по-два числа для каждаго сорта отЪ правой руки кЪ лѣвой. Но ежели плоскостныя чїсла должно будетЪ дѣлить на мѣры длины: то и вЪ такомЪ случаѣ надлежитЪ также здѣлать сперьва приведенїе вЪ подобные сорты, а потомЪ частное число раздѣлить на свои классы отЪ правой руки кЪ лѣвой, опредѣляя по одному знаку для каждаго знака. На пр. бокЪ 2°, 4′ надлежитЪ умножить на 3°, 5′, 6″: то 240 умножь на 356, будетЪ произведенїе 8°, 54′, 40″, и обратно, сїе число на 240 раздѣливЪ, будетЪ частное чїсло 3°, 5′, 6″.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 166. Желающїй упражняться вЪ Геодезической практикѣ, сверьхЪ того долженЪ знать, сколько квадратныхЪ саженЪ считается для каждой десятины, по обыкновенїю того города, вЪ которомЪ онЪ обываетЪ. ВЪ Саксонїи находятся вЪ

 употре-

употребленіи двухъ родовъ десятины, *меньшая*, которая по Нѣмецки Morgen-*Acker* называется, и состоитъ изъ 300 квадратныхъ саженъ, а большая, которая *Hufam* называется (средняго жъ вѣка писатели оную *Mansum* называютъ, о чемъ пространно упоминаетъ Ціеглеръ о имѣн. Церк. гл. 7 §. 34. и слѣд.), содержитъ въ себѣ тритцать меньшихъ десятинъ. См. Бутел. Геом. стран. 149. Лейсерово прав. Георгич. кн. 1. гл. 2. Но по обыкновенію разныхъ городовъ различныя величины, какъ меньшихъ такъ и большихъ десятинъ, давно уже опредѣлены. См. Гофманн. пруденц. эконом. книг. 2. гл. 3. §. 57.

ЗАДАЧА XXXI.

§. 167. *Вымѣрять площадь косаго параллелограмма, зная основаніе его и высоту.*

РѢШЕНІЕ.

Умножъ основаніе на перпендикулярную высоту, произведеніе будетъ площадь параллелограмма. Ибо прямая площадь равна косой, когда сія съ оною имѣетъ равное основаніе и перпендикулярную высоту (§. 154.).

ЗАДАЧА XXXII.

§. 168. *Вымѣрять площадь всякаго треугольника, когда дано основаніе его и высота.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 84. Понеже треугольникъ есть половина параллелограмма, имѣющаго съ нимъ равное основаніе и высоту (§. 155.); того ради основаніе AB должно умножить на высоту CD, и изъ произведенія взять половину. На пр. AB = 24, CD = 8: то будетъ 24. 8 = 192, и половина того △ ADB = 96.

Дру-

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Умножь основанїе на половину высоты, произойдетъ изъ того половина предъидущаго произведенїя, или площадь треугольника. На пр. 24. 4 = 96.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Умножь высоту на половину основанїя, и произведенїе изъ того равнымъ образомъ будетъ означать площадь треугольника. На пр. 12. 8 = 96.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 169. Но когда поверьхность треугольника есть изъ всѣхъ первая и самая простая, и почитается за основанїе прочихъ многоугольныхъ фигуръ: то видно, что знавши квадратуру ея, можно вымѣрять всякїя площади, какой бы фигуры оныя ни были.

ЗАДАЧА XXXIII.

§. 170. *Вымѣрять площадь правильнаго многоугольника.*

РѢШЕНІЕ.

Понеже правильной многоугольникъ состоитъ изъ столько равныхъ треугольниковъ, сколько есть боковъ: то одного такого треугольника, когда извѣстно основанїе его и высота, сыскавъ площадь (§. 168.), и умноживъ оную на число боковъ, произведенїе покажетъ всю площадь многоугольника. Ф. 77.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Сумму боковъ правильнаго многоугольника умножь на половину перпендикула A G, которой изъ центра фигуры на бокъ многоугольника проведенъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 171. Принимается въ семъ рѣшеніи извѣстная, кромѣ бока фигуры, одного треугольника высота, а какимъ образомъ сама она, когда будетъ данъ бокъ и углы треугольника, Геометрическимъ образомъ можетъ найдена быть, о томъ будетъ показано въ Тригонометріи. Тоже должно наблюдать и въ разсужденіи рѣшенія слѣдующихъ нѣкоторыхъ задачъ. Когда жъ при фигурѣ уже начерченной будетъ находиться маштабъ Геометрической, то по оному можно узнавать и величину линѣй (§. 104.).

ЗАДАЧА XXXIV.

§. 172. *Вымѣрять площадь всякаго трапеція*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 85. 1. Раздѣли данной трапецій діагональною линѣею MO на-два треугольника, и на діагональную, такъ какъ на общее основаніе, опусти перпендикулы, половину суммы ихъ умножь на все основаніе, или всю сумму перпендикуловъ умножь на половину основанія, произведеніе покажетъ количество площади (§. 168.).

Ф. 86. 2. Ежели два противоположенные бока трапеція будутъ параллельны: то разстояніе ихъ ED будетъ общая высота двухъ треугольниковъ, произшедшихъ отъ діагональной линѣи. И такъ оная высота, будучи умножена на половину суммы параллельныхъ боковъ AB и CD, покажетъ площадь (§. 168.).

ЗАДАЧА XXXV.

Ф. 87. §. 173. *Вымѣрять площадь всякой неправильной многоугольной фигуры.*

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли всю площадь діагональными линѣями на треугольники A, B, C.
2. Потомъ вымѣряй перпендикулы и основанія тѣхъ треугольниковъ, и найди всѣхъ ихъ поверьхности (§. 168.).
3. Площади всѣхъ треугольниковъ сложи въ одну сумму, которая покажетъ площадь всей многоугольной фигуры.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 174. Дѣлать измѣреніе полей весьма способно можно тогда, какъ фигуры будутъ представлены въ такихъ изображеніяхъ, въ какихъ весь видъ площади ясно предъ глаза полагается. И такъ о исправномъ сочиненіи оныхъ слѣдуетъ теперь говорить.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXII.

§. 175. *Планомъ* (Ichnographia) называется фигура, которая изображеніе всякой плоской поверьхности въ маломъ видѣ, помощію Геометрическаго машпаба начерченное, представляетъ.

ЗАДАЧА XXXVI.

§. 176. *Начертить планъ такой площади, чрезъ которую везде ходить можно.* Ф. 88.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Верьхи угловъ площади означь чрезъ воткнутые перпендикулярные колья такъ, чтобъ оные издали видны были
2. Около средины оной площади въ O поставь столикъ горизонтально, и къ шпилькѣ, воткнутой въ O, приложи линѣйку съ діоптрами, и ко всѣмъ верьхамъ угловъ проведи линѣи.

3. Вымѣряй длины линѣй АО, ВО, и проч. и по машштабу взятыя, перенеси на проведенныя на столикѣ соотвѣтствующія имъ линѣи.
4. Наконецъ крайнія точки сихъ линѣй соедини прямыми линѣями, и такимъ образомъ заключится чертежъ планной, и будетъ представлять видъ большей фигуры.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Извѣстно изъ предъидущихъ (§. 105.), что малые треугольники, около точки О находящіеся, большимъ треугольникамъ подобны, понеже они имѣютъ вездѣ углы равные, и бокà тѣмъ угламъ противоположенные пропорціональные; слѣдовательно бокà *ab*, *bc* и проч. взятые по машштабу, по которому и прочіе измѣряемы были, показываютъ величину боковъ АВ, ВС и проч.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ежели будетъ угодно чрезъ Астролябію, въ точкѣ *о*, поставленную, вымѣрять углы, около той точки находящіеся, и величины боковъ А*о*, В*о* и проч. опредѣленныя саженью, взять по Геометрическому машштабу и принаровить оныя къ найденнымъ угламъ: то подобная фигура быть можетъ составлена изъ подобныхъ треугольниковъ (§. 62. 105.). Сей способъ для начерченія такой фигуры, которая имѣетъ пространнѣйшую площадь, особливо полезенъ, въ меньшихъ же фигурахъ справедливѣе употребляется столикъ.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Когда площадь фигуры не очень пространная, и не будетъ инструментовъ: то въ такомъ случаѣ надлежитъ вымѣрять данной фигуры діагональныя линѣи *o n* и *r n*, вмѣстѣ съ находящимися на нихъ боками, и по маштабу взять равныя имъ линѣи, и изъ найденныхъ боковъ составить всѣ тѣ треугольники A, B, C, изъ которыхъ состоитъ фигура (§. 54.). Ф. 87.

РѢШЕНІЕ ЧЕТВЕРТОЕ.

Или на данной площади, воткнувъ нѣсколько кольевъ, означь оными діагональную линѣю *o d f n*, и діоптры астролябіи приведши къ прямымъ угламъ, найди точки *d*, *f*, *g*, на которыя упадаютъ перпендикулярныя линѣи *d r*, *e f*, *g h*, и какъ сіи, такъ и діагональной линѣи частицы *o d*, *d f*, *f g*, *g n* вымѣряй, такимъ образомъ, помощію маштаба, начертится подобная фигура.

ЗАДАЧА XXXVII.

§. 177. *Начертить планъ такой площади, презъ которую ѣздѣ ходить не можно.*

Случай первой: Когда крайнія точки данной фигуры могутъ видны быть изъ двухъ станцій. Ф. 89.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Поставь столикъ на первой станціи въ F, и воткнувъ на ономъ шпильку въ *o*, проведи оттуда линѣи, какъ къ другой станціи G, такъ и къ верьхамъ всѣхъ угловъ фигуры.

2. Потомъ вымѣряй разстояніе станцій GF, и по машшабу перенеси оное на линѣю *os*, а столикъ въ другую станцію G.

3. Въ сей станціи опять проведи къ F линѣю *os* такъ, чтобъ она была параллельна съ GF, и приложивъ линѣйку къ *s*, проведи также прямыя линѣи ко всѣмъ крайнимъ точкамъ фигуры, и гдѣ онѣ пересѣкаютъ первыя имъ соотвѣтствующія линѣи, тамъ будутъ крайнія точки требуемаго плана, которыя наконецъ линѣями соединить должно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Сихъ правилъ уже показано (§. 109.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ежели цѣлымъ кругомъ, или полукружіемъ, всѣ углы линѣй, которыя въ *o* и *s* соединяются, будутъ опредѣлены, и разстояніе станцій, вымѣрянное саженью, будетъ взято по машшабу: то можетъ составлена быть фигура подобная оной, которую находили чрезъ столикъ.

Случай второй: *Когда крайнія точки данной фигуры не могутъ видны быть изъ двухъ станцій.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Ф. 90. 1. Въ какомъ ни будь углѣ, на пр. въ A поставь столикъ, и на ономъ взявъ точку, и приложивъ къ ней линѣйку съ діоптрами, къ ближайшимъ угловъ верьхамъ B и E проведи линѣи, потомъ самыя тѣ линѣи AB и AE вымѣряй, и взявъ ве-

величины

личины ихъ по маштабу, перенеси на линѣи, проведенныя на столикѣ.

2. По учиненіи сего, перенеси столикъ въ B, и линѣю прежде въ первой станціи къ тойже точкѣ проведенную опять проведи изъ B въ A, и положивъ линѣйку на крайнюю сей линѣи точку, проведи другую къ C, и вымѣрявъ линѣю BC, опредѣли по маштабу равную ей на другой соотвѣтствующей линѣѣ.

3. Равнымъ образомъ переноси столикъ въ C, D и E, и такое дѣйствіе повторяй до тѣхъ поръ, пока послѣдняя линѣя не соединится съ оною, которая въ первой станціи проведена была, и не заключитъ окруженіе фигуры.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По сему способу составляется въ маломъ видѣ фигура точно подобная большей, понеже и углы равные, и бока пропорціональные въ ней находятся (§. 87.). Возьмемъ вмѣсто примѣра малой треугольникъ *a b c*; онъ будетъ равенъ большому A B C, понеже углы при B и *b* равные, и бока *a b* и *b c* равны бокамъ A B и B C, потому что оные, наблюдая подобную пропорцію, опредѣлены по маштабу (§. 59.). Тоже можно доказать и о другихъ треугольникахъ; чего ради не должно сомнѣваться и о подобіи цѣлой фигуры, когда она вездѣ состоитъ изъ подобныхъ частей (§. 29. Ариѳ.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Помощію цѣлаго круга, или полукружія, опредѣли всѣ углы A, B, C, и проч. и

вымѣряй

вымѣряй бока: то помощїю полукружїя и маштаба, можетъ начерченъ быть дома малой планъ большей площади.

Компасъ, или коробочка, въ которой магнитная стрѣлка въ срединѣ круга на градусы раздѣленнаго находится, и имѣетъ дїоптры (§. 32. нум. 9.), для рѣшенїя сей задачи также употребленъ быть можетъ, понеже помощїю его, склоненїя боковъ фигуры отъ меридїональной линѣи, и притомъ углы, между тѣми боками содержащїеся, скоряе находятся; но употребленїю его справедливѣе самымъ дѣломъ, нежели чрезъ фигуры научиться можно. См. бїон. фабрик. матем. книг. 4. гл. 7.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 178. Первой способъ, по которому крайнїя точки фигуры опредѣляются изъ двухъ станцїй, служитъ также для топографїй и хорографїй плановъ, или для сочиненїя чертежей земныхъ трактовъ. И естьли которыя мѣста, за препятствїями въ срединѣ ихъ находящимися, не могутъ усмотрѣны быть изъ двухъ станцїй: то точки ихъ дополняются изъ другихъ станцїй, и равнымъ образомъ присовокупляются прочїя ближайшїя мѣста. И такъ, упражняющимся въ такой практикѣ, надлежитъ прилѣжнѣе измѣрять одно только разстоянїе станцїй.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 179. Въ сихъ правилахъ, о которыхъ чрезъ предъидущїя задачи обьявлено было, содержится Геометрическое описанїе полей и провинцїй. Между тѣмъ всякъ самъ разумѣетъ то, что мѣста, сверьхъ прочихъ примѣчанїя достойныя, надлежитъ различать пристойными знаками, и внизу фигуръ полагать маштабъ, по которому величины линѣй взяты были. Сверьхъ того положенїе странъ свѣта, помощїю иголки, магнитомъ натертой, которой

склоненїе

склоненїе уже извѣстно, найденное должно означать. Но какъ о измѣренїи плоскостей, между прямыми линѣями заключающихся, довольно уже говорено: то остается только изъяснить раздѣленїе оныхъ.

ЗАДАЧА XXXVIII.

§. 180. *Раздѣлить параллелограммъ на двѣ равныя части изъ какой ни будь точки, на пр.* Ф. 91. *изъ* E.

РѢШЕНІЕ.

Проведи дїагональныя линѣи AD и CB, и чрезъ точку *o*, въ которой онѣ пересѣкаются, проведи прямую линѣю EF, которая раздѣлитъ параллелограммъ на двѣ части AFCE = FBED.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Удобно явствуетъ, что съ обѣихъ сторонъ линѣи EF находятся треугольники точно равные, $1 = n$, $2 = r$, $3 = m$, изъ которыхъ, такъ какъ изъ частей, обѣ половины составляются. Ибо то, что $1 = n$, явствуетъ оттуда, понеже углы вертикальные при *o* равны (§. 48.), и прочїе въ A, B, C, D находящїеся, такъ какъ алтерни, также равны между собою (§. 84.), и AC = BD (§. 135.); того ради $1 = n$ (§. 60.). Равнымъ образомъ доказывается равенство прочихъ угловъ $2 = r$, $3 = m$. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 181. Явствуетъ при томъ и сїе, что точка *o*, въ которой дїагональныя линѣи пересѣкаются, состоитъ въ срединѣ параллелограмма, и почитается за центръ фигуры, въ которомъ изъ всякой точки проведенная поперечная линѣя EF раздѣляется на двѣ части.

ЗАДАЧА XXXIX.

§. 182. Дана площадь и основанїе треугольника, найти перпендикулярную его высоту.

РѢШЕНІЕ.

Раздѣли данную площадь треугольника на половину основанїя, частное число покажетъ искомую высоту (§. 168.).

ЗАДАЧА XL.

§. 183. Раздѣлить трапецїй на двѣ равныя части.

РѢШЕНІЕ.

Ф.91. 1. Найди сперьва площадь такой фигуры (§. 172.), и нашедши оную, раздѣли на двѣ равныя части.

2. Половинную часть сравни съ однимъ большимъ треугольникомъ A B C, которой отъ разрѣза дїагональной линѣи происходитъ въ трапецїи, и его разность отъ сего трапецїя найди чрезъ вычитанїе.

3. Найденную разность возьми за площадь треугольника, котораго основанїе есть C B. И такъ, знавши площадь и основанїе треугольника, найди высоту его *n o* (§. 182.), и по наугольнику воставь оную на основанїи, подлѣ котораго ни будь угла B, или C, и проведи линѣю B *n*, такимъ образомъ треугольникъ B *n* C будетъ показывать разность между треугольникомъ A B C и половиною трапецїя; слѣдовательно, вычетши сїю разность изъ большаго треугольника A B C, и придавъ оную къ меньшому треугольнику B C D, здѣлается то, что линѣею B *n* вся фигура раздѣлится на двѣ равныя части.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 184. Такимже образомъ можно раздѣлить трапецїю на многїя равныя части.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 185. И въ многоугольныхъ не правильныхъ фигурахъ части, какъ равныя, такъ и не равныя, въ силу данной пропорцїи, могутъ опредѣлены быть, когда количество площади, въ числахъ изображенное, будетъ извѣстно. Понеже треугольники, означающїе разность, до тѣхъ поръ складываются, или вычитаются изъ трапецїй, или треугольниковъ, на которые фигура дїагональными линѣями раздѣлена, пока всякая частица не сравнится съ данною величиною.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 186. Но для раздѣленїя, увеличиванїя и уменьшенїя плоскостей, Геометрїя подаетъ многїя другїя истинны, изъ которыхъ главнѣйшїя теперь предложены будутъ.

ТЕОРЕМА XXII.

§. 187. Треугольники и параллелограммы имѣютъ сложенное содержанїе основанїй и высотъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже площадь треугольника производится, когда основанїе его будетъ умножено на половину высоты (§. 168.), и площадь параллелограмма происходитъ изъ умноженїя основанїя его на высоту (§. 158. 167.). Но какъ содержанїе сложенное называется, когда произведенїе предъидущихъ и послѣдующихъ принимается, и съ содержанїемъ предъидущаго къ послѣдующему сравнивается (§. 86. Ариѳ.); Того ради, ежели числа основанїй и высотъ будутъ взяты за пропорцїональные члены, площади тре-

угольниковЪ и параллелограммовЪ имѣютЪ сложенное содержанїе основанїй и высотЪ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 188. Слѣдовательно, ежели такїя фигуры имѣютЪ равную высоту, площади ихЪ содержатся между собою такЪ, какЪ основанїя; а ежели основанїя ихЪ равны: то оныя содержатся между собою, какЪ высоты. Понеже содержанїе не перемѣняется, когда вЪ ономЪ оба члена будутЪ умножены на одно число (§. 119. Ариѳ.).

ЗАДАЧА XLI.

§. 189. *Раздѣлить треугольники и параллелограммы на нѣсколько равныхЪ частей.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 93. 94. РаздѢли основанїе на столько равныхЪ частей, сколько будетЪ имѣть площадь треугольника, или параллелограмма, и вЪ параллелограммахЪ сЪ боками параллельныя, а вЪ треугольникахЪ, соединяющїяся вЪ верьху линѣи, проведи, такимЪ образомЪ, вЪ разсужденїи обоихЪ случаевЪ, найдутся требуемыя части (§. 188.).

ТЕОРЕМА XXIII.

§. 190. *ВЪ подобныхЪ треугольникахЪ и параллелограммахЪ высоты ихЪ пропорцїональны сходственнымЪ бокамЪ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ф. 95. 96. Опусти перпендикулы ae и AE, понеже $\triangle abc \backsim \triangle ABC$: то будетЪ уголЪ $b = B$ (§. 93.), и $e = E$, поколику суть оба прямые; слѣдовательно уголЪ $a = A$ (§. 85.), и вЪ равноугольныхЪ треугольникахЪ имѣетЪ

мѣсто

мѣсто слѣдующая пропорція, $ab : ae = AB : AE$, или чрезъ членъ, $ab : AB = ae : AE$ (§. 112. Ариѳ.), и для тойже причины, $ac : AC = ae : AE = bc : BC$. Въ подобныхъ же параллелограммахъ ac и AC, которые составляются изъ двухъ подобныхъ треугольниковъ (§. 152.), тоже всеконечно должно служить (§. 113. нум. 2. Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 191. Изъ сей и предъидущей теоремы явствуетъ, что подобные треугольники и параллелограммы имѣютъ удвоенное содержаніе сходственныхъ боковъ, или высотъ, то есть, содержатся между собою, какъ квадраты сходственныхъ боковъ (§. 86. 152. Ариѳ. и §. 159. Геом.). Пусть будетъ высота $ae = 2$, основаніе $bc = 3$, также $AE : BC = 8 : 12 = 2 : 3$ (§. 84. 120. Ариѳ.): то, когда площади такихъ фигуръ имѣютъ сложенное содержаніе основаній и высотъ (§. 187.), и сложенное содержаніе дѣлается изъ умноженія предъидущихъ и послѣдующихъ пропорціональныхъ чиселъ (§. 86. Ариѳ.), будетъ (понеже $2 : 3 = 2 : 3$) содержаніе сложенное удвоенное $4 : 9$, какое имѣютъ двѣ площади $6 : 72$, и квадраты сходственныхъ боковъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 192. Тоже должно разумѣть и о многоугольныхъ подобныхъ фигурахъ, которыя составляются изъ подобныхъ треугольниковъ (§. 113. нум. 3. Ариѳ.).

ТЕОРЕМА XXIV.

§. 193. *Во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ квадратъ Гипотенузы равняется двумъ квадратамъ прочихъ боковъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

На бокахъ такого треугольника здѣлай квадраты I. II. III. (§. 137.), и изъ прямаго угла треугольника ABC къ Гипотенузѣ проведи перпендикулярную линѣю ALI, кото- ф. 97.

рая квадратъ Гипотенузы раздѣлитъ на два продолговатые четыреугольника BI и LK, и будетъ доказано, что продолговатой четыреугольникъ BI = квадрату DB, а продолговатой четыреугольникъ LK = квадрату FC. Ибо проведши линѣи EC, AH, BG, AK, здѣлается △ EBC = △ ABH, понеже они имѣютъ два бока равные, то есть AB = EB, и BC = BH, и уголъ EBC = ABH, для того что оба изъ прямаго угла квадрата, и средняго общаго ABC составляются (§. 28. Ариѳ.); слѣдовательно и цѣлые такїе треугольники равны между собою (§. 59.). Равнымъ образомъ доказывается, что △ BCG = △ ACK. Но понеже EBC есть половина меньшаго квадрата DB (§. 155.), и △ ABH есть также половина продолговатаго четыреугольника BI (§. 155.); того ради □ DB = продолговатому четыреугольнику BI (§. 31. Ариѳ.). Также △ BCG = ½ □ FC, и △ ACK = ½ LK (§. 155.); слѣдовательно □ FC = продолговатому четыреугольнику LK, и квадраты I + II = □ III. Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 194. Сїя теорема найденная Пиѳагоромъ, *Пиѳагоровою*, и для великой своей пользы, которую она въ наукѣ о величинахъ подаетъ, *Магистромъ Математики* (Magister Matheseos), и теоремою достойною *ста половъ* (hecatombe) называется. Витрувїй IX. 2 пишетъ, что Пиѳагоръ нашелъ тогда сїю истинну, когда уразумѣлъ, что прямоугольной треугольникъ составляется изъ того, когда три бока имѣютъ содержанїе слѣдующихъ чиселъ 3. 4. 5. потому что двухъ первыхъ боковъ квадраты 9 + 16 равняются третьяго бока квадрату

ту 25. Почему, изъ соединенія трехъ подобныхъ линѣекъ, *наугольникъ* весьма исправно и удобно дѣлается. См. Прокл. Коммен. къ Эвкл. кн. IV.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 195. Ежели квадраты меньшихъ боковъ въ прямоугольномъ треугольникѣ опредѣлятся числами (§. 159.), и изъ суммы ихъ будетъ извлеченъ квадратной радиксъ: то произойдетъ изъ того бокъ гипотенузы (§. 154. Арив.). Но понеже разность между квадратомъ гипотенузы и квадратомъ одного бока показываетъ квадратъ другаго бока: то извлекши изъ него радиксъ, будетъ извѣстенъ третей бокъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§ 196. Надлежитъ здѣсь включить примѣры не соизмѣримыхъ количествъ, которыя въ линѣяхъ, а не въ числахъ представлены быть могутъ (§ 14. 155. Арив.). То есть дiагональная линѣя квадрата B G есть не соизмѣримая боку квадрата. Понеже □ BL + □ LG = □ BG (§. 193.), и когда каждой бокъ и квадратъ его, будетъ единица: то здѣлается □ BG = 2, изъ котораго числа не можетъ извлеченъ быть квадратной радиксъ (§. 154. Арив.), и потому дiагональная линѣя B G не имѣетъ содержанія къ боку квадрата, какъ число къ числу, или есть не соизмѣримая боку, и какъ дiагональной линѣи, такъ и того бока общей мѣры не имѣется. Ф. 99.

Также въ тойже фигурѣ, ежели линѣи F G и G K, между которыми средняя пропорцiональная есть L G (§. 120.), будутъ имѣть содержаніе такихъ чиселъ, между которыми средняго пропорцiональнаго числа не имѣется, на пр. 3 : 2: то будетъ продолговатой четыреугольникъ F G H I, или произведеніе изъ боковъ 6 (§. 158.) равно квадрату средней пропорцiональной линѣи L G. Но понеже изъ произведенія, то есть, изъ числа шести не можно извлечь квадратнаго радикса: то и линѣя L G есть не соизмѣримая линѣямъ F G, и G K. Пространнѣе сей доводъ изъясняютъ Пардї. основ. Геом. кн. VII. Лами. въ основ. о матем. кн. 6. Впрочемъ

 примѣ-

примѣромъ удивительной сей не соизмѣримости нѣкоторыхъ линѣй, Геометры доказываютъ раздѣленіе величины въ безконечность. См. Барров лекц. 1. матем. стран. 18. Доводы на тотъ конецъ отъ *Асимптотъ* (ab asymptotis) выведенные, разсужденіе *Конхоиды* (conchoidis), и *Гиперболы* (hyperbolis) покажетъ.

ЗАДАЧА XLII.

§. 197. *Здѣлать Геометрическимъ образомъ такой квадратъ, которой бы равенъ былъ двумъ даннымъ квадратамъ.*

РѢШЕНІЕ.

Соедини бока данныхъ двухъ квадратовъ подъ прямыми углами, и здѣлай треугольникъ прямоугольной, на гипотенузѣ его поставленной квадратъ будетъ равенъ двумъ квадратамъ прочихъ боковъ (§. 193.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 198. Равнымъ образомъ можетъ здѣланъ быть одинъ квадратъ равной многимъ квадратамъ.

ЗАДАЧА XLIII.

§. 199. *Здѣлать продолговатой четыреугольникъ равной треугольнику.*

РѢШЕНІЕ.

Ф. 98. Взявши половину основанія треугольника, и перпендикулярную его высоту, здѣлай продолговатой четыреугольникъ E D (§. 137.), которой будетъ равенъ площади △ A B C.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже продолговатой четыреугольникъ, естьли бы съ треугольникомъ имѣлъ одинакое основаніе и высоту, былъ бы вдвое больше треугольника (§. 155.); слѣдовательно половина его, то есть, продолго-

долговатой четыреугольникъ ED = △ABC (§. 188.). Ч. н. д.

ЗАДАЧА XLIV.

§. 200. *Здѣлать квадратъ равной треугольнику.* Ф. 99.

РѢШЕНІЕ.

Преврати △ABC въ продолговатой четыреугольникъ ED (§. 199.), потомъ между двумя боками сего продолговатаго четыреугольника найди среднюю пропорціональную линѣю LG (§. 119.): то будетъ квадратъ ея MG = △ABC.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже какъ въ числахъ, такъ и въ линѣяхъ, когда будутъ даны три количества непрерывно пропорціональныя, произведеніе крайнихъ равняется квадрату средняго (§. 111. Ариѳ.); слѣдовательно продолговатой четыреугольникъ FL = FG. GK (§. 158.) = □LG (§. 119. 159.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 201. И понеже треугольникъ есть фигура изъ всѣхъ первая, и самая простая: то видно, что и другимъ многоугольнымъ фигурамъ, которыя составляются изъ треугольниковъ, равной квадратъ здѣланъ быть можетъ.

ТЕОРЕМА XXV.

§. 202. *Площадь круга равняется такому треугольнику, которой основаніемъ имѣетъ окружность, протянутую въ прямой линѣѣ, а высоту равную полуповерешнику.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Выше сего объявлено было, что въ кругѣ могутъ написаны быть правильные много- фиг. 100.

угольники (§. 144. и слѣд.). Положимъ, что въ кругѣ написанъ шестїугольникъ: то видно, что бока̀ его много еще отъ окружности круга отстоятъ. Но ежели на двѣ части раздѣлишь дугу того круга (§. 67.), и напишешь въ немъ двенатцатїугольникъ: то бока̀ его ближше будутъ подходить къ дугамъ круга, и естьли продолжая далѣе раздѣленїе тѣхъ дугъ на двѣ части, будешь писать въ кругѣ многоугольники, имѣющїе по 24, по 48, и больше боковъ: то оные гораздо ужѐ ближше будутъ подходить къ окружности дугъ, такъ что на конецъ тѣ дуги, мало, или почти ничего не будутъ разнствовать отъ тѣхъ хордъ. Чего ради окружность круга можетъ сравниться съ многоугольникомъ, имѣющимъ безчисленное число боковъ, которые отъ самыхъ малѣйшихъ дугъ окружности весьма мало различествуютъ. Явствуетъ также и то, что многоугольники составляются изъ равныхъ треугольниковъ, коихъ основанїя суть бока̀ того многоугольника, а бедра ихъ въ центрѣ круга соединяются, на пр. ABD, ADE и проч. Но когда основанїя такихъ треугольниковъ весьма малыя, такъ что ни мало не разнствуютъ отъ самыхъ малѣйшихъ дугъ окружности: то и высота ихъ можетъ принята быть за равную полупоперешнику, по колику она весьма мало, или почти ничего не различествуетъ отъ ихъ боковъ. И когда изъ многихъ треугольниковъ, имѣющихъ одинакую высоту, составится одинъ такой треугольникъ, которой

торой содержитъ въ себѣ основанія всѣхъ прочихъ, и имѣетъ общую съ ними высоту (§. 188.): то слѣдуетъ, что площадь круга BDEF правильно равняется такому треугольнику ABC, коего основаніе равно окружности круга, а высота AB полупоперешнику его. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 203. И такъ, ежели бы прямая линѣя могла здѣланя быть равная окружности круга, *квадратура круга* (quadratura circuli) такимже бы образомъ, какъ и измѣреніе площади въ треугольникѣ, учинена была; то есть полупоперешникъ, на половину окружности будучи умноженъ, производилъ бы площадь круга (§. 168.). Положимъ, что поперешнкъ данъ 100: то окружность будетъ 314 (§. 129.); слѣдовательно полупоперешникъ 50, умноживъ на половину окружности 157, площадь круга будетъ 7850.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 204. Изъ тогожъ, о чемъ уже сказано, что кругъ можетъ принятъ быть за правильной многоугольникъ, котораго самые малѣйшіе бока ни чего не разнствуютъ, отъ дугъ окружности, явствуетъ, что окружности круговъ содержатся между собою, какъ поперешники, или полупоперешники; понеже окруженія подобныхъ треугольниковъ, изъ которыхъ всякіе правильные многоугольники, и также кругъ, составляются, имѣютъ содержаніе сходственныхъ боковъ. Ибо окружность состоитъ изъ суммы всѣхъ боковъ, и суммы предъидущихъ и послѣдующихъ подобныхъ пропорціональныхъ членовъ содержатся между собою такъ, какъ всякой предъидущей къ своему послѣдующему (§. 113. Ариѳ.). Тоже явствуетъ и изъ §. 129, гдѣ о непрерывной пропорціи поперешника и круга говорено.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 205. Но площади круговъ имѣютъ удвоенное содержаніе поперешниковъ, или полупоперешниковъ. То есть, содержатся между собою, какъ квадраты поперешниковъ, или полупоперешниковъ. Понеже всѣ подобные треугольники, изъ которыхъ площади круговъ составляются, имѣютъ удвоенную пропорцію сходственныхъ боковъ, или высотъ (§. 191. и слѣд. 206.).

TEO-

ТЕОРЕМА XXVI.

Фиг. 101. §. 206. *Площадь круга, къ квадрату въ немъ написанному OMPS, содержится такъ, какъ половинная окружность къ поперешнику, и площадь круга къ квадрату поперешника, около круга описанному LNQR, содержится такъ, какъ четвертая часть окружности къ поперешнику.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Во первыхъ извѣстно то, что □ въ кругѣ написанной OMPS есть половина □ около круга описаннаго LNQR. Понеже △ OMP = $\frac{1}{2}$ LONP (§. 155.), и △ OMP = △ OSP (§. 127.); слѣдовательно □ OMPS = продолговатому четыреугольнику LONP, или половинѣ квадрата, около круга описаннаго. Потомъ продолговатой четыреугольникъ изъ полупоперешника MC = LO, на половину окружности OMP, то есть, самая площадь круга (§. 203.) къ продолговатому четыреугольнику OLNP, одинакой высоты, то есть, къ □ въ кругѣ написанному содержится такъ, какъ основанія (§. 188.), то есть, какъ половинная окружность OMP къ полупоперешнику OC. Чего ради тоже кругъ къ продолговатому четыреугольнику LP, вдвое взятому, то есть къ □ около круга описанному LR содержится такъ, какъ половинная окружность къ двумъ поперешникамъ, или раздѣливъ на двое количества

пропорці-

пропорціональныя (§. 120. Аривм.), кругЪ будетЪ содержаться кЪ квадрату поперешника такЪ, какЪ четвертая часть окружности содержится кЪ поперешнику. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 207. Чего для, принявЪ какую ни будь пропорцію окружности кЪ поперешнику, содержаніе площади круга кЪ квадрату поперешника можетЪ изображено быть вЪ числахЪ. То есть, по Архимед. кругЪ кЪ квадрату поперешника содержится, какЪ $5\frac{1}{2} : 7 = 11 : 14$; по Цейлен. какЪ 785 : 1000; по Мец. какЪ 355 : 452.

ЗАДАЧА XLV.

§. 208. *Найти площадь круга, когда данЪ поперешникЪ его.*

РѢШЕНІЕ.

Число, означающее величину поперешника, умножь само на себя, чтобЪ имѢть квадратЪ его, потомЪ посылай: какЪ 1000 кЪ 785, такЪ данной квадратЪ поперешника кЪ площади круга.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 209. Обратно, знавши площадь круга, для квадрата поперешника посылай, какЪ 785 : 1000, такЪ данная площадь круга кЪ квадрату поперешника.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIII.

§. 210. *СекторЪ круга*, или *пырѢзокЪ изЪ круга* (sector circuli), называется такая часть площади ACBD, которая между двумя полупоперешниками, и находящеюся между ими дугою окружности, содержится. Фиг. 102.

ЗАДАЧА XLVI.

§. 211. *ВымѢрять площадь Сектора, когда данЪ полупоперешникЪ и дуга круга, между которою содержится СекторЪ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Дугу, коей число градусовЪ извѢстно, преврати вЪ прямую линѢю, то есть,

найди

найди сперьва величину всей окружности (§. 129), и потомъ посылай: какъ 360 град. къ найденной долготѣ всей окружности, такъ данное число градусовъ къ долготѣ дуги ADB.

2. На конецъ умножь половину дуги ADB на полупоперешникъ AC, произведенїе изъ того будетъ площадь Сектора.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже какъ весь кругъ равняется такому треугольнику, коего высота есть полупоперешникъ, а основанїе, окружность въ прямой линѣѣ протянутая (§. 202.): то и секторъ можетъ принятъ быть за такой треугольникъ, коего высота есть полупоперешникъ, а основанїе дуга ADB, откуда и измѣренїе его явствуетъ (§. 108.). Ч. н д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 212. И часть сектора EFG, которая между хордою EF, и дугою EGF содержится, будетъ извѣстна, ежели треугольникъ CEF вычтется изъ цѣлаго сектора CEGF.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIV.

§. 213. *Луначка Гиппократа Хїйскаго*
Фиг. 103. (Lunula Hippocratis Chii), (которой первой квадратуру ея изобрѣлъ) есть площадь, которая между дугою полукружїя ADB, и четвертью круга AEB изъ центра F (которой чрезъ проведенную линѣю CD означается такимъ образомъ, чтобъ была CD = CF) полупоперешникомъ AF описанною содержится.

ЗАДАЧА XLVII.

§. 214. *Квадровать луначку Гиппократову* ADEB.

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. Начерти полупоперешникомъ AC полукружіе ADB, потомъ здѣлай AC = CF, и проведи гипотенузу AF, и ею, такъ какъ полупоперешникомъ, изъ точки F опиши четверть круга AEB.

2. Потомъ изъ извѣстнаго основанія BA и высоты CF, которая есть половинная часть основанія, найди площадь △ ABF (§. 168.), которая будетъ равна луначкѣ ADEB.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Квадратъ гипотенузы AF равенъ □ AC + □ CF (§. 193.); слѣдовательно четвертая часть круга AEBF равна полукружію ADBC. Понеже круги содержатся между собою такъ, какъ квадраты полупоперешниковъ (§. 205.), и кругъ полупоперешникомъ AF описанной есть вдвое больше того круга, которой полупоперешникомъ AC описанъ, и четвертая его часть равняется половинѣ сего. Но ежели отъ равныхъ, то есть, отъ четверти круга AEBF, и полукружія ADBC отнимешь общее, въ срединѣ находящееся пространство AECB: то останутся равныя, то есть луначка ADBE = △ CABF (§. 26. Ариѳ.); чего ради площадь сего треугольника равна луначкѣ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 215. И такъ ясно можно отсюда разумѣть точную квадратуру частицы площади круговой, хотя никто еще не могъ квадровать цѣлой площади.

ГЛАВА

ГЛАВА ТРЕТІЯ
СТЕРЕОМЕТРІЯ
ИЛИ
О
ИЗМѢРЕНІИ ТОЛСТОТЫ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.
§. 216.

Толстота (solidum), или *тѣло* (corpus) есть то, что имѣетъ длину, ширину и толщину. Или есть такое протяженіе, которое ограничивается поверьхностьми.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 217. И такъ Геометры описываютъ не Физическое тѣло, но такое пространство, которое занимается физическимъ тѣломъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 218. Способъ изображенія Геометрическаго тѣла изъясняется по большей части тѣмъ, естьли въ умѣ будетъ представлена такая поверьхность, которая движется по протяженію нѣкоторой линѣи.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

§. 219. Классы тѣлъ, смотря по различію поверьхностей, которыми они ограничиваются, пристойнѣе могутъ учреждены быть такимъ образомъ, чтобъ во перьвыхъ разсуждать о тѣхъ тѣлахъ, которыя плоскими поверьхностьми, а потомъ о другихъ, которыя одними выпуклистыми поверьхностьми, или выпуклистыми и плоскими ограничиваются.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVII.

§. 220. Къ первому классу принадлежатъ *призьмы* (prismata). Происхожденіе ихъ изъясняется тѣмъ, ежели въ умѣ будетъ представлена поверьхность плоская съ углами, движущаяся по линѣѣ опредѣленной долготы. И такъ треугольникъ A B, опускаясь внизъ по линѣѣ A D, производитъ *треугольную призьму* A C (prisma triangulare). Но параллелограммъ D E, опускаясь по линѣѣ D F, *четыреугольную призьму* (prisma quadrangulare), а пятїугольникъ F G, двигаясь по линѣѣ F H, означаетъ *пятїугольную призьму* (prisma quinquangulum); такимже образомъ производятся и другїя многоугольныя призьмы. Оныя призьмы, коихъ всѣ противоположенныя поверьхности параллельны и равны между собою, называются *параллелепипедами* (parallelepipeda), какой есть D E F.

Фиг. 104.
Фиг. 105.
Фиг. 106.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVIII.

§. 221. Ежели квадратъ A будетъ двигаться по линѣѣ, боку его равной: то происходитъ изъ того *кубъ* (cubus), или такое тѣло, которое со всѣхъ сторонъ ограничивается шестьми квадратами.

Фиг. 107.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIX.

§. 222. Другой видъ тѣлъ, которыя ограничиваются плоскими поверьхностьми, составляютъ *пирамиды* (pyramides), или такїя толстоты, которыя имѣютъ угловатое основанїе, а верьхъ острой; или которыя замыкаются столькими плоскими треугольниками, сколько боковъ имѣетъ основанїе, и смотря по числу угловъ основанїя, во особливости назы-

Фиг. 108. 109.

называются *треугольныя* (triangulares), *четыреугольныя* (quadrangulares) и такъ далѣе.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XL.

§. 223. Поверьхность выпуклистую со Фиг. 110. всѣхъ сторонъ имѣетъ *шаръ* (sphaera), коего составленіе есть такое, что прямыя линѣи, изъ средняго въ шарѣ центра D, на поверьхность проведенныя DA и DB, суть равны между собою. Шаръ происходитъ изъ того, когда полукружія плоскость ADBC обернется около не подвижнаго поперешника AB.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLI.

§. 224. Поверьхность отъ части выпуклистую, отъ части плоскую имѣетъ *Цилиндръ* Фиг. 111. (Cylindrus), или такое круглое тѣло, которое происходитъ изъ того, когда прямая линѣя BD около двухъ равныхъ и параллельныхъ круговъ оборачивается до тѣхъ поръ, пока не возвратится къ тому мѣсту, откуда начала̀ двигаться. Или Цилиндръ происходитъ изъ того, когда параллелограммъ CD оборачивается около одного своего не подвижнаго бо́ка Фиг. 112. CE. Цилиндръ называется *прямой* (rectus) AD, когда ось CE перпендикулярна къ основанію, а *скаленъ* (scalenus), или *косой* (obliquus), когда ось FI наклонена къ основанію.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLII.

§. 225. *Конусъ* (conus) есть такая толстота, которая имѣетъ основаніе круглое, а высоту острую, и происходитъ, когда линѣя AC, однимъ концомъ будучи утверждена въ A, и наклонена къ окружности круга Фиг. 113. BC, оборачивается около оной до тѣхъ поръ, пока не возвратится къ той точкѣ, откуда начала̀

чала двигаться. Или когда треугольникъ ADC вкругъ оборачивается около не подвижнаго бока AD. *Прямой конусъ* (rectus conus) есть, когда ось AD будетъ перпендикулярна къ поперешнику круглаго основанiя, а *скаленъ* (scalenus), или *косой* (obliquus), когда ось EH наклоняется къ поперешнику основанiя. Фиг. 114.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XLIII.

§. 226. Тѣла суть, или *правильныя* (regularia), которыя со всѣхъ сторонъ ограничиваются правильными и между собою равными фигурами (кои отъ Грековъ *гранями* ἕδρας, то есть *мѣстами*, или *основанiями* (sedes vel bases) называются); или *не правильныя* (irregularia), которыя не имѣютъ такихъ предѣловъ. Правильныхъ тѣлъ есть пять. 1. *Тетраэдръ* (tetraëdrum), то есть *четырегранное тѣло*, или пирамида A, ограниченная четырьми равносторонными и между собою равными треугольниками. 2. *Кубъ* (cubus), или *Гексаэдръ* (hexaëdrum), то есть, *шестигранное тѣло*, которое ограничивается шестьми равными квадратами. (§. 221.). 3. *Октаэдръ* (octaëdrum), то есть *осьмигранное тѣло*, или двойная четыреугольная пирамида. 4. *Додекаэдръ* (dodecaëdrum), то есть *двенатцатигранное тѣло*, которое замыкается двенатцатьми правильными пятïугольниками. 5. *Икосаэдръ* (Icosaëdrum), то есть *дватцатигранное тѣло*, которое ограничивается дватцатьми равносторонными и между собою равными треугольниками. Фиг. 115. Фиг. 116. Фиг. 117. Фиг. 118.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 227. Понеже правильныя тѣла со всѣхъ сторонъ ограничиваются правильными фигурами: то могутъ оныя

написаны быть въ кругѣ такъ, что углы ихъ будутъ кончиться на поверьхности шара (§. 147.). И такимъ образомъ въ срединѣ сихъ тѣлъ будетъ находиться центръ Сферической поверьхности.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 228. Ежели отъ угловъ правильныхъ тѣлъ къ центру проведутся прямыя линѣи: то видно, что оныя тѣла составляются изъ такихъ пирамидъ, коихъ основанія суть грани тѣла, а верьхи ихъ соединяются въ центрѣ.

ЗАДАЧА XLVIII.

§. 229. *Изобразить чертежи правильныхъ тѣлъ на толстой бумагѣ.*

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 119. 1. *Для Тетраэдра.* На толстой бумагѣ начерти △ равносторонной ABC, и пересѣкши бока его на двѣ части, раздѣли на другіе подобные и между собою равные четыре треугольника, которые покажутъ грани *Тетраэдра*, коихъ концы согнувъ и слѣпивъ клѣемъ, будетъ готовъ желаемой чертежъ того тѣла.

Фиг. 120. 2. *Для Гексаэдра*: здѣлай шесть квадратовъ, и соедини оные между собою, какъ фигура показываетъ.

Фиг. 121. 3. *Для Октаэдра.* Соедини восемь равносторонныхъ, и равныхъ треугольниковъ такъ, какъ фигура ясно изображаетъ.

Фиг. 122. 4. *Для Додекаэдра.* Начерти сперьва одно правильное пятіугольное основаніе (§. 141.), и около онаго здѣлай пять подобныхъ и равныхъ пятіугольниковъ. Но сіе короче здѣлается, когда отъ каждаго угла пятіугольника, чрезъ оба концы противоположеннаго бока, будутъ проведены прямыя линѣи, и отрѣжется отъ

нихъ

нихъ величина многоугольнаго бо́ка. Ибо тогда на концахъ *п* и *т* сихъ боковъ, растворенїемъ бо́ка пятїугольника *п х* и *т х*, здѣлавъ разрѣзы въ *х*, заключится вся фигура. Равнымъ образомъ описываются прочїе шесть равные правильные пятїугольника.

5. *Для Икосаэдра* жъ какимъ образомъ двадцать равныхъ треугольниковъ соединяются, также чертежъ ясно предъ глаза представляетъ. Фиг. 123.

6. Наконецъ, когда такїя начерченныя фигуры вырѣзываются изъ бумаги, должно наблюдать то, чтобъ изъ крайнихъ боковъ одинъ послѣ другаго имѣлъ кромку, на которую бы ближайшей бокъ положить, и къ ней приклѣить его можно было.

ТЕОРЕМА XXVII.

§. 230. *Правильныхъ тѣлъ есть только пять.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже извѣстно, что углы, находящїеся около одной средней точки, всѣ вмѣстѣ содержатъ 360 градусовъ (§. 46.), и соединяются на плоскости круга около центра; того ради три плоскїе угла, которые составляютъ толстой уголъ правильнаго тѣла, должны содержать въ себѣ меньше, нежели 360 градусовъ. Ибо, въ противномъ случаѣ, соединяющїеся углы не могутъ произвести толстаго угла, или выходящей тѣла остроты. Также должны соединяться углы правильныхъ фигуръ,

 коими

коими помянутыя тѣла ограничиваются. И такъ, когда соединяются три угла равносторонняго треугольника, изъ которыхъ каждой содержитъ въ себѣ по 60 градусовъ (§. 82.), а вся сумма ихъ составляетъ 180 градусовъ, происходитъ изъ того толстой уголъ, какой въ верьху *Тетраэдра* и находится; четыре жъ такїе угла соединяются въ *Октаэдрѣ*, и всѣ вмѣстѣ дѣлаютъ 240 градусовъ, а пять въ *Икосаэдрѣ*, и заключаютъ 300 градусовъ; шесть же угловъ, по 60 градусовъ, не могутъ соединиться, понеже они, всѣ вмѣстѣ взятые, составляютъ сумму 360 градусовъ, и перемѣняются въ плоскость. Естьлижъ квадраты, вмѣсто треугольниковъ, будутъ соединяться: то и изъ нихъ можетъ составленъ быть толстой уголъ, потому что въ квадратѣ каждой уголъ по 90 градусовъ, и трехъ такихъ угловъ сумма = 270 градусовъ, какая и находится въ *Гексаэдрѣ*. Но четыре такїе прямые угла содержатъ въ себѣ также 360 градусовъ, и перемѣняются въ плоскость. Наконецъ, понеже пятїугольника уголъ = 108 градусовъ (§. 144.), трижды взятой, дѣлаетъ сумму 324 град. сїя сумма градусовъ еще годится для составленїя толстаго угла, какая и находится въ *Додекаэдрѣ*. А что прочихъ правильныхъ многоугольниковъ углы не годятся для составленїя толстаго угла, сїе явствуетъ изъ того жъ (§. 144.). Ибо когда въ шестїугольникѣ три угла, вмѣстѣ взятые, равняются 360 градусамъ, сумма трехъ угловъ въ другихъ многоугольникахъ будетъ больше 360 градусовъ. Ч. н. д.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIV.

§. 231. *Мѣра тѣлъ* (mensura corporum) есть кубъ извѣстной величины, коего бокъ бываетъ равенъ саженѣ, футу, дюйму, линѣѣ, или другой какой ни будь опредѣленной долготѣ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 232. Слѣдовательно тогда только измѣряемъ мы толщину тѣлъ, когда находимъ, сколько разъ малой кубъ содержится въ предложенной какой ни будь толстотѣ (§. 3 и 4. предув.).

ЗАДАЧА XLIX.

§. 233. *Найти толщину куба, когда данъ бокъ его.*

РѢШЕНІЕ.

1. Данной бокъ DC умножь самъ на себя, и произойдетъ квадратъ основанія DB (§. 159). Фиг. 124.
2. Оной квадратъ опять умножь на данной бокъ, произведеніе покажетъ толщину куба.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Знавши число малыхъ квадратовъ, которые содержатся въ основаніи, будетъ притомъ извѣстно, сколько малыхъ кубовъ можетъ поставлено быть на основаніи. Потомъ, когда въ другомъ умноженіи сей рядъ кубовъ повторяется столько разъ, сколько дозволяетъ высота куба, будетъ извѣстно, сколько малыхъ кубовъ большой кубъ въ себѣ содержитъ; слѣдовательно толщина его найдена. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 234. Понеже мѣры Геометровъ раздѣляются на десять частей (§. 11.); того ради всякой кубъ, имѣющей вмѣсто бока линѣю, состоящую изъ 10 частей, содержитъ въ себѣ тысячу кубовъ, коихъ бокъ есть деся-

тая часть линѣи. То есть, кубическая сажень 1000 кубическихъ футовъ, кубической футъ 1000 кубическихъ дюймовъ, кубической дюймъ 1000 кубическихъ линѣй въ себѣ заключаетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 235. Чего ради въ Стеореометрїи пропорцїя мѣръ опять перемѣняется, и дѣлается тысячная, которая въ первой главѣ десятерная, а въ другой сотенная была.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 236. Изъ чего явствуетъ способъ, какъ отдѣлять сорты мѣръ, которые содержитъ въ себѣ данное число. На пр. ежели будутъ даны 2567802 кубическїе дюйма: то отдѣленїе классовъ или сортовъ дѣлается отъ правой рукй, и для каждаго сорта оставляется по три знака, что здѣлавъ, произойдутъ 2 кубич. саж. 567 куб. фут. 802 куб. дюйм. Изъ чего легко можно разумѣть правила, какъ вычислять толщину тѣлъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 237. Что въ Ариѳметикѣ о кубическихъ числахъ сказано (§. 157. Ариѳ.), что они имѣютъ утроенное содержанїе своихъ радиксовъ, тоже и здѣсь должно разумѣть о толстыхъ кубахъ. То есть, кубы имѣютъ утроенное содержанїе своихъ боковъ.

ЗАДАЧА L.

§. 238. *Найти толщину параллелепипеда.*

РѢШЕНІЕ.

Ежели основанїе будетъ прямоугольное: то площадь его находится, умноживъ длину на ширину (§. 158.); естьли жъ основанїе будетъ параллелограммъ косой: то бокъ длины умножается на перпендикулъ (§. 167.), потомъ площадь основанїя умножается на высоту призьмы, произведенїе изъ того покажетъ толщину тѣла, какъ то явствуетъ изъ вышепредложеннаго доказательства предъидущей задачи. На пр. спрашивается толщина призьмы AD. Положимъ, что $DF = 2^{\circ}\ 3'\ 6''$, $EF = 3^{\circ}\ 5'\ 0''$,
Фиг. 125. $BF = 9^{\circ}\ 4'\ 7''$: то произведенїе двухъ пер-

нервыхъ произведенїй $8^{\circ}, 26', 00''$ будетъ вмѣсто основанїя, которое, будучи умножено на высоту BF = 947, производитъ искомую толщину $78^{\circ}. 222', 200''$.

ТЕОРЕМА XXVIII.

§. 239. *Параллелепипедъ* AD, *чрезъ дїагональную плоскость* ACED, *раздѣляется на двѣ равныя треугольныя призьмы.* Фиг. 125.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже параллелограммъ AB, дїагональною линѣею AC, раздѣляется на два равные треугольника ABC и AGC (§. 151.). Но такїе треугольники, движенїемъ своимъ по той же линѣѣ CD, означаютъ треугольныя призьмы ABD и AGE; слѣдовательно онѣ равны между собою (§. 220.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 240. Всякая треугольная призьма есть половина четыреугольной, которая съ оною имѣетъ одинакую высоту и двойное основанїе.

ТЕОРЕМА XXIX.

§. 241. *Треугольныя призьмы* AF *и* GE, *которыя имѣютъ одинакое, или равное основанїе, и одинакую перпендикулярную высоту, равны между собою.* Фиг. 126.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже равные треугольники BFE и EFH (§. 153.), будучи двигнуты по тойже линѣѣ EC, опредѣляютъ равныя простран-

 ства,

ства, или толстоты, то есть, треугольныя призьмы AF и GE (§. 220.). Ч. и. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

Фиг. 127. §. 242. Тоже служитъ и о четыреугольныхъ призьмахъ, кои суть вдвое больше треугольныхъ (§. 31. Ариѳ.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 243. И о всякихъ другихъ многоугольныхъ призьмахъ, которыя имѣютъ равныя основанія, и одинакую перпендикулярную высоту, тоже разумѣть должно.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 244. И понеже извѣстно, что площадь круга можетъ принята быть за многоугольникъ, состоящей изъ безчисленныхъ боковъ (§. 202.): то можно видѣть, что и цилиндръ состоитъ будто бы изъ безчисленныхъ треугольныхъ призьмъ. По чему цилиндры прямые и косые C и D, находящїеся на одномъ основанїи, и состоящїе между тѣмижъ параллельными линѣями, равны между собою.

Фиг. 128.

ЗАДАЧА LI.

§. 245. *Вымѣрять призьмы всякаго рода, также цилиндры прямые и косые.*

РѢШЕНІЕ.

Площадь основанїя, по правиламъ второй главы (§. 158. 167. 208.) найденную, умножь на перпендикулярную высоту призьмы, или цилиндра, произведенїе покажетъ искомую толщину (§. 241. и слѣд.).

ТЕОРЕМА XXX.

Фиг. 129. §. 246. *Треугольники* ONM, *и* onm, *которые, въ равномъ разстоянїи отъ основанїя, происходятъ отъ поперечнаго перерѣза двухъ треугольныхъ пирамидъ, имѣющихъ равныя основанїя и высоты, равны между собою.*

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда всѣ бока такихъ треугольниковъ равны между собою: то они составляютъ равные треугольники (§. 127.). А что бока всѣ равны, сїе доказывается такимъ образомъ: возьми во особливости двѣ треугольныя парамиды поверьхности ABD и abd: то, для подобїя треугольниковъ, которые происходятъ отъ проведенныхъ линѣй OM и om, AR и ar, служатъ такїя пропорцїи (§. 92.): Фиг. 130.

$$AR : AL = BR : OL = RD : LM.$$

и соединивъ предъидущїе и послѣдующїе члены послѣдней пропорцїи (§. 113. нум. 2. Ариѳ.), будетъ

$$BR + RD : OL + LM = AR : AL$$

$$\text{или } BD : OM = AR : AL$$

въ другомъ же наклоненномъ треугольникѣ abd, для тойже причины (§. 92.), имѣютъ мѣсто такїя пропорцїи.

$$ar : al = br : lo = dr : lm$$

и взявъ разность предъидущихъ и послѣдующихъ членовъ (§. 113. нум. 2. Ариѳ.), будетъ

$$ar : al = br - dr : lo - lm$$

Но понеже въ обоихъ случаяхъ высоты $AL = al$, и основанїя $BD = bd$ равны между собою: то будетъ и $OM = om$.

Такимже образомъ доказывается равенство линѣй ON и on, NM и nm. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 247. Таже Теорема служитъ въ разсужденїи четыреугольныхъ и другихъ многоугольныхъ пирамидъ, которыя имѣютъ равныя основанїя и высоты; понеже основанїя ихъ на треугольники, а самыя пирамиды на другїя подобныя треугольныя раздѣляются.

ТЕОРЕМА XXXI.

Фиг. 129. §. 248. *Пирамиды, которыя имѣютъ равныя основанїя, и одинакую перпендикулярную высоту, равны между собою.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что пирамиды пересѣкаются на весьма тонкїе слои OMN и *omn*, и высота ихъ пусть будетъ весьма малая: то никто не будетъ сомнѣваться о томъ, что изъ одной такой пирамиды можно вырѣзать столько жъ равновысокихъ слоевъ, сколько и изъ другой, по причинѣ одинакой обоихъ тѣлъ высоты. Но когда всѣ такїе слои, которые, для тонкости своей, отъ треугольниковъ ONM и *onm* мало, или ничего не разнствуютъ, равны между собою; слѣдовательно оба такїя тѣла изъ равныхъ и равномѣрно многихъ слоевъ, такъ какъ изъ частей, составляются, изъ чего и равенство обоихъ такихъ тѣлъ явствуетъ (§. 29. 31. Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

Фиг. 131. §. 249. Таже истинна касается до конусовъ прямыхъ и косыхъ, имѣющихъ одинакое основанїе и одну туже высоту, потому что они почитаются за составленные изъ безчисленныхъ треугольныхъ пирамидъ; понеже основанїе ихъ состоитъ изъ безчисленныхъ малыхъ треугольниковъ (§. 202.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 250. Доказательство, которое теперь изъяснено, помощїю способа нераздѣльныхъ, учинено удобнымъ, о пользѣ котораго во всей Геометрїи, какъ Авторъ его Бонавентура Кавалерїй, въ Геометрїи о не раздѣльныхъ, такъ и Дешале матем. курс.

курс. том. II. стран. 101. и слѣд. пространнѣе изъясняютъ. См. Март. Кнорр *разсужд. о способѣ исчерпаемости и нераздѣльныхъ*.

ТЕОРЕМА XXXII.

§. 251. *Треугольная призьма содержитъ въ себѣ три равныя пирамиды.* Фиг. 132.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже чрезъ линѣи D B, B F и D C, вырѣзываются изъ призьмы три пирамиды B D-E F, A C B D и C D F B, изъ которыхъ двѣ первыя равны между собою, поколику имѣютъ равныя основанїя (понеже △ A B C = △ D E F), и одинакую высоту E B = F C. Но пирамида A C B D равна также послѣдней пирамидѣ C D F B, понеже, чрезъ дїагональную линѣю C D, проводятся равныя основанїя, то есть, △ A C D = △ C D F, и высота обѣимъ имъ есть общая; слѣдовательно три такїя пирамиды равны между собою (§. 24. Ариѳ.). Сїе доказательство лучше изъяснено быть можетъ чрезъ вещественной образецъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 252. И всякая многоугольная призьма содержитъ въ себѣ толщину трехъ пирамидъ, имѣющихъ равныя основанїя и одинакую высоту. Понеже оное тѣло на треугольныя призьмы, а изъ сихъ каждая на треугольныя пирамиды раздѣлиться можетъ. И какъ каждая часть призьмы есть втрое больше каждой части пирамиды: то и цѣлая призьма, въ разсужденїи цѣлой пирамиды, будетъ втрое больше (§. 119. и слѣд. Ариѳ.).

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 253. Слѣдовательно цилиндръ есть втрое больше конуса, имѣющаго съ нимъ равное основанїе и одинакую высоту (§. 202. 249.).

ЗАДА-

ЗАДАЧА LII.

§ 254. *Вымѣрять толщину пирамиды и конуса.*

РѢШЕНІЕ.

Круговое основаніе (§. 208.) умножь на высоту, изъ произведенія возьми третью часть (§. 245. 251. и слѣд.), которая покажетъ толщину пирамиды, или конуса. Или, что все равно, умножь основаніе на третью часть высоты, или третью часть основанія на всю высоту.

ЗАДАЧА LIII.

Фиг. 133. § 255. *Найти толщину безголопаго конуса AD.*

РѢШЕНІЕ.

Когда дана высота тѣла HF = AE, также поперешникъ основанія и верьхняго круга: то

1. Возьми разность полупоперешниковъ CF — AH = CE, и представь, что высота HF продолжается до тѣхъ поръ, пока въ точкѣ G не соединится съ нею продолженной бокъ AC, и не означитъ верьху всего конуса, потомъ
2. Понеже △ ACE ∽ △ GCF (§. 92.): то посылай, CE : AE = CF : FG.
3. Сыскавъ цѣлаго конуса высоту FG и поперешникъ основанія, найди толщину его (§. 254.); потомъ, понеже извѣстна малаго недостаточествующаго конуса высота GH и основаніе AB, найди также толщину его, и

4. Наконецъ конусъ GAB вычти изъ цѣлаго конуса GCD, остатокъ покажетъ толщину безголоваго конуса AD.

ЗАДАЧА LIV.

§. 256. *Найти толщину пяти правильныхъ тѣлъ.*

РѢШЕНІЕ.

Измѣренїе *Тетраэдра*, или простой пирамиды, и *Октаэдра*, то есть двойной пирамиды, также куба, или *Гексаэдра*, явствуетъ изъ выше показанныхъ правилъ (§. 233. 254.) О *Додекаэдрѣ жъ* и *Икосаэдрѣ* извѣстно то, что они составляются изъ столькихъ пирамидъ, въ рединѣ, такъ какъ въ центрѣ соединяющихся, сколько внѣ имѣютъ граней (§. 228.). И такъ одной такой пирамиды толщина, помощїю основанїя и высоты, найденная, и на число граней умноженная, покажетъ толщину всего тѣла.

ЗАДАЧА LV.

§. 257. *Вымѣрять поверьхности призьмъ, пирамидъ, цилиндровъ и конусовъ.*

РѢШЕНІЕ.

1. Понеже поверьхности призьмъ и пирамидъ суть плоскїя, о измѣренїи которыхъ довольно говорено было въ предъидущей главѣ: то и здѣсь упоминать о томъ больше не слѣдуетъ.
2. *Для поверьхности цилиндра.* Окружность основанїя (§. 129.) умножь на его бокъ, или на высоту его, къ произведенїю придай поверьхности основанїй (§. 208.), такимъ образомъ будетъ извѣстна поверьхность цилиндра.

3.

3. *Для поверьхности конуса прямаго.* Половинную окружность основанія умножь на бокъ конуса, произведеніе покажетъ площадь, выключая основаніе. Понеже поверьхность прямаго конуса равняется такому сектору, котораго дуга равна окружности основанія въ конусѣ, а полупоперешникъ равенъ боку тогожъ конуса (§. 211.). См. Таквет. Теор. выбран. изъ Архимед. пред. 13. Геом. основ. стран. 305. Стурм. изъясн. матем. стран. 106.

ТЕОРЕМА XXXIII.

§. 258. *Призьмы, цилиндры, пирамиды и конусы имѣютъ сложенное содержаніе основаній и высотъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже толщина помянутыхъ тѣлъ находится, умножая основаніе, или на всю высоту, или на третью ея часть; того ради имѣютъ они сихъ произведеній, то есть, основаній и высотъ умноженное, или сложенное содержаніе (§. 86. Ариѳ.) Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 259. Ежели основанія ихъ будутъ равныя: то они содержатся между собою, какъ высоты; а ежели высоты ихъ будутъ равныя: то они содержатся между собою, какъ основанія.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

Фиг. 134. §. 260. Чего ради кубъ къ цилиндру въ немъ написанному имѣетъ такое содержаніе, какое квадратъ поперешника къ кругу, то есть, по Архимед. какъ 14:11, по Цейлен. какъ 1000:785, по Мец. какъ 452:355 (§. 207.).

ТЕО-

ТЕОРЕМА XXXIV.

§. 261. *Подобные параллелепиледы содержатся между собою въ утроенномъ содержанiи сходственныхъ боковъ.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, для сысканiя толщины параллелепипеда, употребляются три множителя, то есть длина и высота основанiя, и высота всего тѣла (§. 245.). Но какъ сiи множители, когда тѣла суть между собою подобныя, имѣютъ одинакое содержанiе; того ради и самыя толстоты имѣютъ утроенное содержанiе сходственныхъ боковъ (§. 86. Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 262. Тоже должно разумѣть и о треугольныхъ между собою подобныхъ призьмахъ, кои суть половинныя четыреугольныхъ (§. 239.), и о всѣхъ другихъ, которыя составляются изъ треугольныхъ, то есть о многоугольныхъ призьмахъ, и о самыхъ цилиндрахъ (§. 244.).

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 263. Тоже утроенное содержанiе сходственныхъ боковъ или высотъ приличествуетъ пирамидамъ и конусамъ между собою подобнымъ. Понеже пирамиды изъ призьмъ, а конусы изъ цилиндровъ, имѣющихъ одинакое основанiе и высоту, суть третья часть.

ТЕОРЕМА XXXV.

§. 264. *Цилиндръ* A *къ шару въ немъ написанному* B *содержится такъ, какъ* 3 : 2. Фиг. 135.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели квадратъ ABCD вмѣстѣ съ написанною въ немъ четвертью круга ACB, и треугольникомъ ABD, обернется около Фиг. 136.

линѣи AB: то отъ обращенія квадрата ABCD цилиндръ (§. 224.), отъ обращенія четверти круга ABC половина шара §. 223.), и отъ обращенія треугольника ABD конусъ (§. 225.) произойдутъ, и сіи три происшедшія тѣла будутъ имѣть одно основаніе и одну высоту. Для сысканія жъ между сими тѣлами пропорціи, сравнимъ самыя тоненькія ихъ слои, кои происходятъ отъ разрѣза линѣи EF. Понеже линѣя EF, естьли бы въ трехъ тѣхъ тѣлахъ здѣлала разрѣзъ параллельной съ основаніемъ, вездѣ бы какъ въ цилиндрѣ, такъ въ половинѣ шара и конусѣ произвела круги. И такъ пусть будетъ EG вмѣсто полупоперешника разрѣза коническаго, EI вмѣсто полупоперешника разрѣза сферическаго, и EF вмѣсто полупоперешника разрѣза цилиндрическаго; или, понеже EF = BI (§. 19.), пусть будетъ BI вмѣсто полупоперешника разрѣза цилиндрическаго, а EB = EG (§. 92.), вмѣсто полупоперешника разрѣза коническаго. Но когда такіе разрѣзы, такъ какъ круги, имѣютъ такоежъ содержаніе, какое и квадраты ихъ поперешниковъ, или полупоперешниковъ (§. 205.): то, естьли въ прямоугольномъ треугольникѣ EBI изъ квадрата гипотенузы BI вычтется □ EB, останется □ EI (§. 196.), то есть, естьли изъ разрѣза цилиндрическаго отнимется разрѣзъ конической: то останется разрѣзъ сферической. Но какое содержаніе имѣютъ разрѣзы, или самые тоненькіе слои, такое будутъ имѣть и самыя тѣла, потому что

разрѣзы

разрѣзы суть подобныя нѣсколькія части своихъ равновысокихъ тѣлъ (§. 248.); слѣдовательно, когда конусъ есть третья часть цилиндра (§. 253.), вычетши оной изъ сего, остатокъ 3 — 1 = 2 будетъ содержаніе половины шара, или цѣлаго шара; чего ради цилиндръ къ шару въ немъ написанному содержится такъ, какъ 3 : 2. Ч. н.. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 265. Такимже образомъ изъ слав. Фабр. доказываетъ сію пропорцію Стурмій изъясн. матем. стран. 169. См. притомъ Кавалер. Геом. о нераздѣл. стран. 479. Первой такое сравненіе употребилъ Архимедъ, и описалъ оное въ своемъ сочиненіи о шарѣ и цилиндрѣ, и почиталъ сію Теорему такъ высоко, что приказалъ на гробницѣ своей вырѣзать шаръ написанной въ цилиндрѣ. По сей примѣтѣ Цицеронъ нашелъ гробницу Архимедову. См. Tuscul. quaest. кн. 5. гл. 23.

ТЕОРЕМА XXXVI.

§. 266. Кубъ поперешника къ шару въ немъ написанному содержится по Архимед. какъ 21 : 11, по Цейлен. какъ 300 : 157, по Мец. какъ 678 : 355. Фиг. 137.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. По Архимед. содержаніе куба и цилиндра одинакой высоты, есть какъ 14 : 11 (§. 260.); слѣдовательно содержаніе куба и шара будетъ какъ 14 : $7\frac{1}{3}$ (§. 264.), или оба числа умноживъ на́-три, какъ 42 : 22, и опять оныя раздѣливъ на́-два, будетъ какъ 21 : 11 (§. 119. 120. Ариѳ.).

2. По Цейлен. содержанїе куба и цилиндра одинакой высоты, есть какъ 1000: 785 (§. 260.), и содержанїе куба къ шару будетъ какъ 1000 : 523 $\frac{1}{3}$ (§. 264.), или оба числа умноживъ на́-три, какъ 3000 : 1570, и опять оныя раздѣливъ на́-десять, будетъ какъ 300 : 157 (§. 119. 120. Ариѳ.).

3. По Мец. содержанїе куба и цилиндра одинакой высоты, есть какъ 452 : 355, а куба и шара какъ 452 : 236 $\frac{2}{3}$, или какъ 678 : 355. Ч. н. д.

ЗАДАЧА LVI.

§. 267. *Вымѣрять толщину шара.*

РѢШЕНІЕ.

Возьми поперешникъ шара за радиксъ, и изъ онаго, чрезъ умноженїе на свой квадратъ, здѣлай кубъ (§. 156. Ариѳ.), потомъ къ числамъ 300 : 157, или 21 : 11, и къ найденному кубу найди четвертое пропорцїональное число (§. 115. Ариѳ.), которое покажетъ толщину шара.

ТЕОРЕМА XXXVII.

§. 268. *Шаръ равенъ конусу, или такой пирамидѣ, коей основанїе равняется наружной поверьхности шара, а высота полупоперешнику его.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели всякая маленькая частица сферической поверьхности будетъ принята за круговое основанїе какого конуса, или такой угловатой пирамиды, коей бока́ соединяются въ центрѣ шара: то видно, что шаръ составляется изъ безчисленныхъ такихъ

кихъ конусовъ, или малыхъ пирамидъ, коихъ высота общая есть полупоперешникъ шара; слѣдовательно, естьли малые конусы и пирамиды будутъ соединены въ одно такое подобное тѣло, которое имѣетъ вмѣсто основанія наружную поверьхность шара, и высоту равную полупоперешнику его (§. 259.), точно сходствуетъ оно съ шаромъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 269. Какъ уже доказано выше сего (§. 263.), что подобные конусы имѣютъ утроенное содержаніе сходственныхъ боковъ, или высотъ, и притомъ извѣстно, что шаръ можетъ сравниться съ конусомъ: то видно, что и шары, такъ какъ всегда подобные между собою, имѣютъ утроенное содержаніе поперешниковъ, или полупоперешниковъ, то есть, содержатся между собою, какъ кубы ихъ поперешниковъ, или полупоперешниковъ (§. 261.).

ТЕОРЕМА XXXVIII.

§. 270. *Поверьхность шара есть вчетверо больше самаго большаго круга, которой описывается полупоперешникомъ тогожъ шара.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже шаръ равняется такому конусу, коего основаніе есть поверьхность шара, а высота полупоперешникъ его (§. 268.): то слѣдуетъ, что толщина шара производится, когда поверьхность его умножится на третью часть полупоперешника, или на шестую часть всего поперешника (§. 254.); слѣдовательно, принявъ за полупоперешникъ 100, площадь самаго большаго круга будетъ 7850 (§. 203.), а толщина цилиндра, которой равную съ шаромъ, то есть

поперешнику его равную высоту имѣетъ, была бы 785000 (§. 245.), изъ котораго числа только $\frac{2}{3}$ шаръ въ себѣ содержитъ (§. 264.), то есть $523333\frac{1}{3}$, и сію смѣшенную дробь приведши въ чистую, произойдетъ толщина шара $\frac{1570000}{3}$ (§. 135.) Ариѳ.), которую раздѣля на одинъ множитель, отъ котораго она произведена была, то есть, на $\frac{1}{6}$ поперешника $= \frac{100}{6}$ (§. 145. Ариѳ.), произойдетъ другой множитель, или шара поверьхность $= 31400$, которая точно есть вчетверо больше самаго большаго круга 7850. См. Таквет. Теорем. выбран. изъ Архимед. пред. 24. и Гулдин. о центрѣ тяжести кн. 4. стран. 339. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 271. Чего ради, поперешникъ 100 умноживъ на окружность самаго большаго круга 314, будетъ извѣстна поверьхность шара 31400. Понеже полупоперешникъ, на половину круга умноженной, производитъ площадь круга (§. 203.). По чему двойное, будучи умножено на двойное жъ, производитъ четверное.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 272. И потому поверьхность шара равняется такому продолговатому четыреугольнику, коего бока суть поперешникъ шара, и окружность самаго большаго круга.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 3.

§. 273. Изъ чего выводится другой способъ вымѣрять шаръ; то есть, поверьхность шара должно умножить на третью часть полупоперешника, или полупоперешникъ умножается на третью часть поверьхности (§. 254.).

ЗАДАЧА LVII.

§. 274. *Удвоить кубъ.*

РѢШЕНІЕ.

Изъ даннаго кубическаго бока здѣлай кубическое число, удвой оное, и изъ удвоеннаго извлеки кубической радиксъ (§. 158. Ариѳ.),

Ариѳ.), которой будетъ показывать бокъ двойнаго куба.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 275. Равнымъ образомъ находится многократной кубъ всякаго даннаго куба. И чтобъ сїе самое сокращенно могли дѣлать Геометры: то сочинили они особливыя таблицы, въ коихъ принявъ бокъ простаго куба на 100, или на 1000 частей раздѣленнаго, бокъ куба двойнаго, тройнаго, четвернаго и проч. чрезъ извлеченїе радикса изъ куба двойнаго, тройнаго и проч. за найденной почитаютъ. Примѣръ такой таблицы, для кубическаго бо́ка, на 100 частей раздѣленнаго, при семъ предлагается.

кубы мног.	бокъ	куб.	бокъ	куб.	бокъ
1	100	18	262	35	327
2	125	19	266	36	330
3	144	20	271	37	333
4	158	21	275	38	336
5	170	22	280	39	339
6	181	23	284	40	341
7	191	24	288	41	344
8	200	25	292	42	347
9	208	26	296	43	350
10	215	27	300	44	353
11	222	28	303	45	355
12	228	29	307	46	358
13	235	30	310	47	360
14	241	31	314	48	363
15	246	32	317	49	365
16	251	33	320	50	368
17	257	34	323		

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 276. И когда шары имѣютъ такое содержанїе, какое кубы ихъ поперешниковъ, или полупоперешниковъ (§. 269.): то, ежели изъ бо́ка двойнаго куба, такъ какъ изъ поперешника, составится шаръ, будетъ онъ

вдвое больше перваго, которой вмѣсто поперешника имѣлъ бокъ простаго куба. Такимже образомъ и далѣе шаръ умножается.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 277. Задача о удвоеніи куба прежде сего въ великое недоумѣніе приводила древнихъ Геометровъ. *Делійская* (Deliacum) называется потому, понеже, какъ сказываютъ, Делійскимъ жителямъ, страждущимъ моровою язвою, оракулъ отвѣтствовалъ такимъ образомъ, чтобъ они удвоили жертвенникъ, которой имѣлъ кубическую фигуру. См. витрув. Архит. кн. 9. гл. 3. Филопон. 36. Коммент. на 1. кн. послѣд. аналит. коего слова повторяетъ Беттин. *aerar. mathem.* стран. 642. Первой Гиппократъ показалъ, что удвоеніе куба дѣлается, ежели между бокомъ куба и между имже удвоеннымъ найдены будутъ двѣ среднія пропорціональныя линѣи, и первая изъ нихъ будетъ взята за бокъ двойнаго куба. (§. 122.). Но для практики полезнѣе тотъ способъ, которой теперь предложенъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 278. До сихъ мѣстъ говорено было о измѣреніи Геометрическихъ тѣлъ, коихъ классы выше сего уже опредѣлены, остается еще упомянуть о измѣреніи только такихъ тѣлъ, которыя случаются въ практикѣ, и имѣютъ совсѣмъ особливыя изображенія.

ЗАДАЧА LVIII.

§. 279. *Вымѣрять кучу зеренъ.*

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 138. 1. Здѣлай сперьва то, чтобъ куча зеренъ имѣла вездѣ одну перпендикулярную высоту, и основаніе ея приведено было въ прямоугольную фигуру.

2. Потомъ возьми маштабъ, раздѣленной на малыя части, на пр. такой, чтобъ

футъ

футъ разлѣленъ былъ на дюймы и линѣи, и онымъ вымѣряй длину и ширину основанія DH, и верьхняго прямоугольника AF (ибо зерна, будучи слискія, когда ссыпаются въ кучу, обыкновенно дѣлаютъ основаніе кучи DH ширѣ прямоугольника верьхней поверьхности AF), и умноживъ длину на ширину, будетъ извѣстна площадь обоихъ треугольниковъ DH и AF.

3. Сложи обѣ площади, и половину суммы возьми за среднее, или уравненное основаніе (§. 107. Ариѳ.).

4. Вымѣряй также толщину зеренъ *mn*, и оную умножь на уравненное основаніе, произведеніе покажетъ толщину призьмы, которая равна кучѣ, опредѣленную кубическими частицами принятаго машйаба (§. 245.).

5. По томужъ машйабу смѣряй поперешникъ и высоту цилиндрической мѣрки M, и найди толщину ея.

6. Наконецъ толщину кучи раздѣли на толщину цилиндрической мѣрки, частное число покажетъ, сколько мѣрокъ содержатъ въ себѣ ссыпанныя въ кучу зерна.

ЗАДАЧА LIX.

§. 280. *Вымѣрять костеръ дровъ.*

РѢШЕНІЕ.

Куча, или костеръ дровъ AD, обыкновенно складывается на подобіе прямоугольной призьмы, и для измѣренія ея употребляется сажень, или квадратъ, коего бокъ Фиг. 139.

по большей части содержитъ въ себѣ шесть футовъ. И такъ надлежитъ только сыскать поверьхность продолговатаго четыреугольника A C, вымѣрявъ саженью основанїе B C и высоту A B, и между собою умноживъ, произведенїе покажетъ число саженъ (§. 158.). Естьли жъ сверьхъ передняго ряда болѣе подобныхъ рядовъ накладено будетъ, въ такомъ случаѣ найденныя сажени умножаются на число сихъ рядовъ, и такимъ образомъ бываетъ извѣстна толщина всего костра. На пр. линѣя B C содержитъ въ себѣ 50 саженъ, A B = 6. саж. слѣдовательно, естьли одинъ только будетъ рядъ дровъ, весь костеръ будетъ содержать въ себѣ 300 саженъ. Представь, что на линѣѣ C E накладено три ряда дровъ: то величина всего костра A D будетъ состоять изъ 900 саженъ.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XLV.

§. 281. *Визиръ* (baculus cylindrimetricus), по Нѣмец. (eine cylindrische Visir-Ruthe) называется такой маштабъ, помощїю котораго измѣряются цилиндры такъ коротко, что тотчасъ узнать можно, сколько малыхъ цилиндровъ содержитъ въ себѣ большой цилиндръ.

ЗАДАЧА LX.

§. 282. *Здѣлать Визиръ.*

РѢШЕНIЕ ПЕРВОЕ.

Фиг. 140. 1. Прежде всего возьми по изволенїю, вмѣсто мѣры, малой цилиндръ *b c*, (но лучше всегда брать такой, которой бы имѣлъ поперешникъ больше, нежели высоту.).

2.

2. Потомъ на длинной дощечкѣ проведи линѣю А С, и къ оной подъ прямымъ угломъ приложи А В = *a b*, то есть поперешникъ маленькаго кувшина, или цилиндра. Фиг. 141.
3. Тоже поперешникъ А В перенеси нѣсколько разъ на линѣю А С, и произшедшія изъ того раздѣленія означь квадратными числами единицъ 1. 4. 9. 16. 25. 36. и проч.
4. Гипотенузу В 1 взявши циркулемъ, изъ А перенеси въ 2, и В 2 изъ А поставь = А 3, также В 3 здѣлай = А 4 и проч. Равнымъ образомъ раздѣли и прочія разстоянія, которыя находятся между квадратными числами.
5. Къ линѣѣ А С, такимъ образомъ раздѣленной, приложи палку, здѣланную изъ твердѣйшаго дерева, и на одинъ ея бокъ перенесши всѣ тѣ раздѣленія, означь оныя числами, а на другой ея бокъ перенеси длины *a c*, взятаго по изволенію малаго цилиндра, и оныя также означь числами, и будетъ исправно изготовленъ желаемой Визиръ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Извѣстно изъ Пиѳагоровой теоремы (§. 193.), что □ А В + □ А 1 = □ В 1, и понеже А В = А 1: то будетъ □ В 1 = А 2 вдвое больше □ А В; равнымъ образомъ □ В 2 = 3 □ А В и проч. И такъ, когда круги имѣютъ такое содержанїе, какое квадраты ихъ поперешниковъ (§. 205.), видно, что А 2 есть поперешникъ двойнаго круга, А 3

попе-

поперешникъ тройнаго, и такъ далѣе. Чего ради, приложивъ такой машщабъ къ поперешнику даннаго цилиндра, тотчасъ будетъ извѣстно, сколько основанїй, или круговъ кувшина, или малаго цилиндра, которой принятъ вмѣсто мѣры *bc*, содержитъ въ себѣ круговое основанїе большаго цилиндра. Потомъ, естьли и бокъ *de*, на которомъ написаны высоты, приложишь къ длинѣ большаго цилиндра, и найденное на ономъ число умножишь на основанїе, произведенїе покажетъ, сколько бо́льшей цилиндръ содержитъ въ себѣ меньшей (§. 245.). Ч. н. д.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Фиг. 142. 1. Возьми, вмѣсто мѣры, маленькой цилиндръ N O, коего высота равна поперешнику, то есть, M N = M O. Но такого цилиндра поперешникъ, высота и дїагональная линѣя находятся слѣдующимъ образомъ: *a*) найди толщину по изволенїю взятой маленькой цилиндрической мѣры, на пр. кружки, умноживъ круговое ея основанїе на высоту (§. 245.). *b*) потомъ, понеже машщабъ, или цилиндрической Визиръ надлежитъ принаровить къ цилиндру, имѣющему равную высоту и основанїе, которой должно умножить, какъ послѣ сказано будетъ, помощїю равновысокаго куба, и извѣстно, что цилиндры и кубы, имѣющїе одинакую высоту, содержатся между собою, какъ основанїя (§. 260.); того ради посылай, какъ 785 къ 1000, такъ найденная цилиндрической мѣры толщина содержится

держится къ кубу, имѣющему одинакую высоту. c) изъ сего найденнаго четвертаго пропорцїональнаго числа извлеки кубической радиксъ, и будешъ извѣстенъ бокъ куба, которой притомъ покажетъ поперешникъ и высоту цилиндрической равновысокой мѣры. d) наконецъ, понеже □MN + □MO = □NO (§. 193.), удвой квадратъ поперешника MN, и извлеки изъ него квадратной радикъ, которой покажетъ дїагональную линѣю такой цилиндрической мѣры, которая имѣетъ равное основанїе и высоту.

2. Найденную дїагональную линѣю такого цилиндра раздѣли на 100 равныхъ частей (§. 101.).

3. Понеже подобные цилиндры имѣютъ утроенное содержанїе сходственныхъ боковъ (§. 262.), слѣдовательно и дїагональныхъ (§. 92.); того ради изъ вышепредложенной таблицы кубовъ (§. 275.), вмѣсто дїагональной линѣи цилиндра, возьми числа цилиндра двойнаго, тройнаго, четвернаго и проч. и перенеси оныя на деревянную палку LR, означь числами многократныхъ цилиндровъ. Ежели такимъ Визиромъ вымѣряешь подобную дїагональную линѣю: то тотчасъ будетъ извѣстно, сколько большой подобной цилиндръ содержится въ себѣ малой. Фиг. 143.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 283. Оба Визира, прїуготовленїе которыхъ теперь показано, особливо дѣлаются для измѣренїя бочекъ. И такъ слѣдуетъ теперь изъяснить о томъ,

какъ находить толщину такого выпукловатаго цилиндра.

ЗАДАЧА LXI.

§. 284. *Вымѣрять толщину бочки.*

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Фиг. 144. 1. Понеже толщина бочки находится, когда извѣстно, сколько кружекъ, или малыхъ цилиндровъ, изъ которыхъ каждой мѣрою въ одну кружку, содержитъ въ себѣ вся бочка: то возьми визиръ перваго рода (§. 282.), и тою его стороною, на которой написаны поперешники цилиндрической кружки, вымѣряй средней бочки поперешникъ EF, и крайней AC.

2. Потомъ оные поперешники сложи въ одну сумму, и половину ея возьми за уравненное основанїе, которое можетъ служить вмѣсто цилиндра, равнымъ образомъ толстаго (§. 107. Ариѳ.).

3. Другою стороною визира, на которой означены высоты кружки, вымѣряй бочки длину AB, и умножь оную на уравненное основанїе, произведенїе покажетъ число кружекъ, которыя содержатся въ цѣлой бочкѣ (§. 245.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Понеже въ Германїи винныя бочки обыкновенно дѣлаются такъ, что по большей части имѣютъ двойную длину уравненнаго поперешника. См. Іо. Гартм. Байэр. Vollkommene Visir-Kunst. гл. 35. стран. 180. Ежели будетъ въ готовности визиръ втораго рода: то опусти его въ втулку E

до

до С, число на ономъ изображенное покажетъ, сколько кружекъ содержитъ въ себѣ половина бочки AECF; слѣдовательно найденная половина бочки, взятая вдвое, покажетъ толщину всей той бочки. Обыкновенно жъ такіе визиры означаются двойными числами, чтобъ, по измѣреніи линѣи CE, тотчасъ можно было видѣть число двойнаго цилиндра AF, изъ котораго составляется бочка.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 285. Явствуетъ изъ вышеобъявленнаго, что другой *визиръ*, которой называется *треугольнымъ*, годится только для измѣренія такихъ цилиндровъ, или бочекъ, которыя подобную пропорцію съ малою цилиндрическою мѣрою, или съ цилиндромъ кружки, или двойную высоту уравненнаго поперешника имѣютъ. См. Байэр. стран. 187.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 286. О такомъ визированіи пространнѣе упоминаютъ Байэръ въ помянутой книгѣ, и въ *Стереометріи лует.* издан. въ Франкфурт. при М. 1603 году въ четверть листа, также въ Геом. Маври. См. Кеплер сочин. издан. на Латинскомъ и Нѣмецкомъ язык. о *Стереометріи бочекъ*. На конецъ всю такую науку, помощію Аналитики, изъяснилъ сл. Гасій въ сочин. о визировач. издан. въ Виттембергѣ 1728. год. въ четверть листа.

ЗАДАЧА LXII.

§. 287. *Найти толщину всякаго не правильнаго тѣла.*

РѢШЕНІЕ.

1. Положи неправильное тѣло K въ сосудъ цилиндрической или призъматической AD, и сверьхъ его налей воды, или насыпь песку, чтобъ все тѣло K покрылось. Фиг. 145.

2.

2. Найди толщину цилиндра ED (§. 245.), въ которомъ содержатся налитая вода, и неправильное тѣло K.

3. Потомъ вынь неправильное тѣло K, и найди толщину отъ опустившейся воды произшедшаго цилиндра GD. Или, вылей воду, естьли тѣло не можетъ способно содвинуто быть съ мѣста, и особливо найди толщину его. На конецъ толщину воды GD вычетши изъ цилиндра ED, получишь пространство EH, которое сходствуетъ съ неправильнымъ тѣломъ, потому что оное тѣло прежде занимало сїе пространство.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 288. Для изъясненія Геометрической практики полезны сочиненія Христофора Клавїя, Данїл. Швентера, Адр. Таккветa, и сверьхъ прочихъ сл. Пенѳера, которые въ Геометрической практикѣ упражнялись съ особливымъ прилѣжанїемъ. Сюда жъ принадлежитъ де Шале тракт. 7. том. II. Математическаго курса.

КОНЕЦЪ.



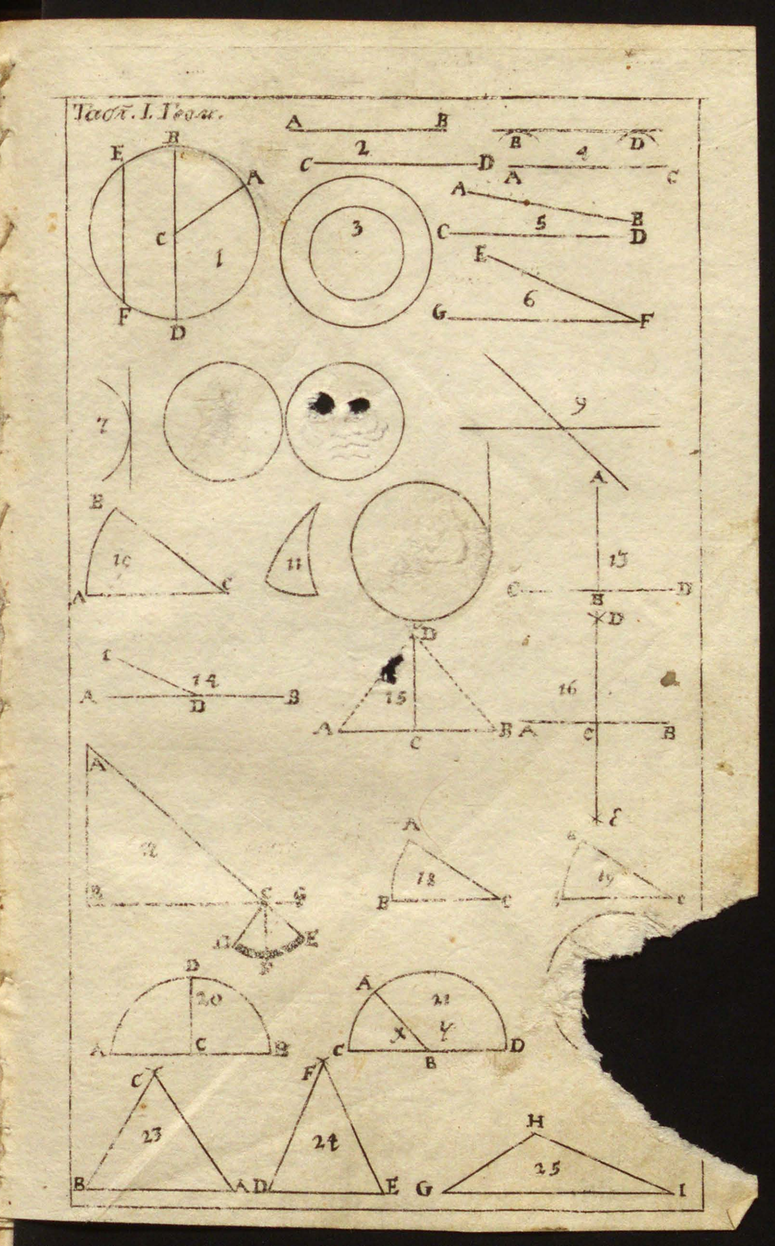
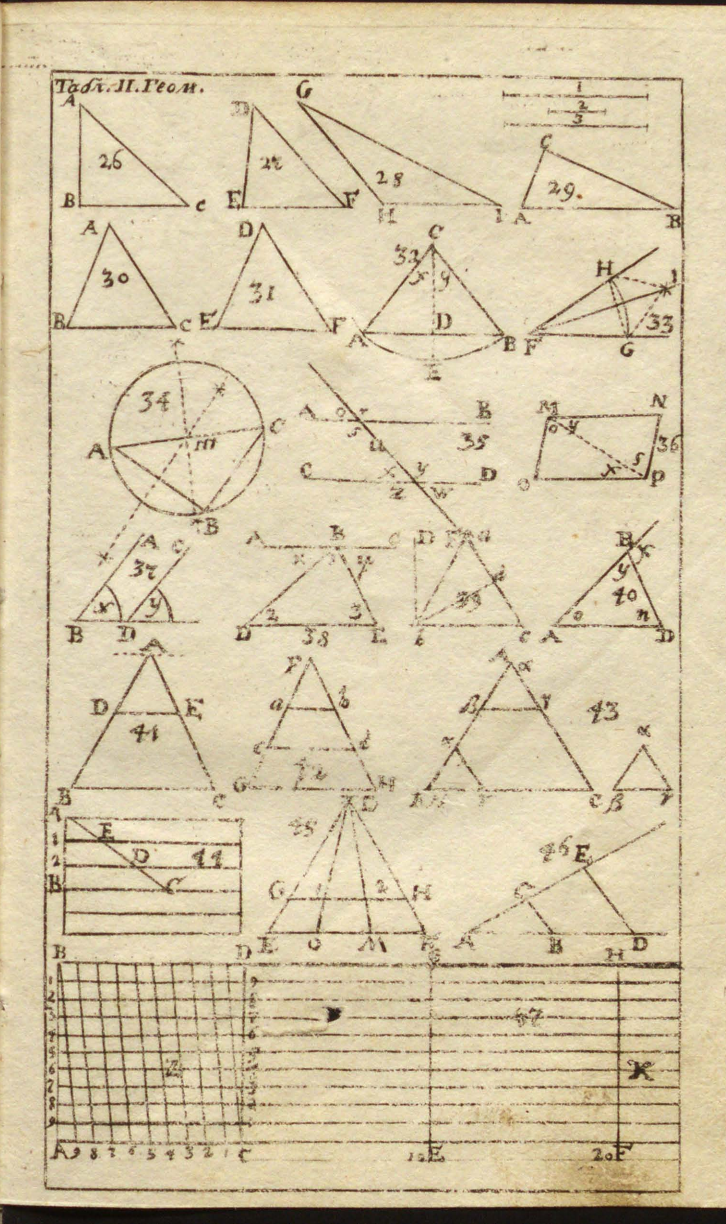
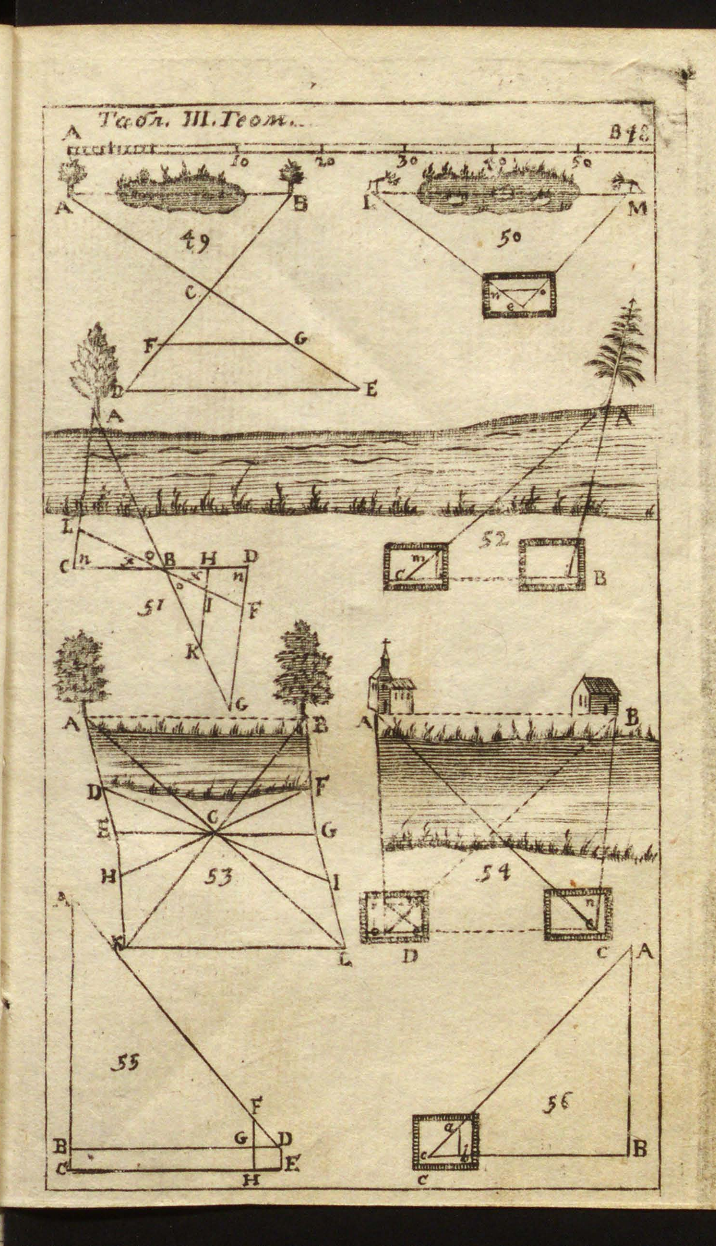
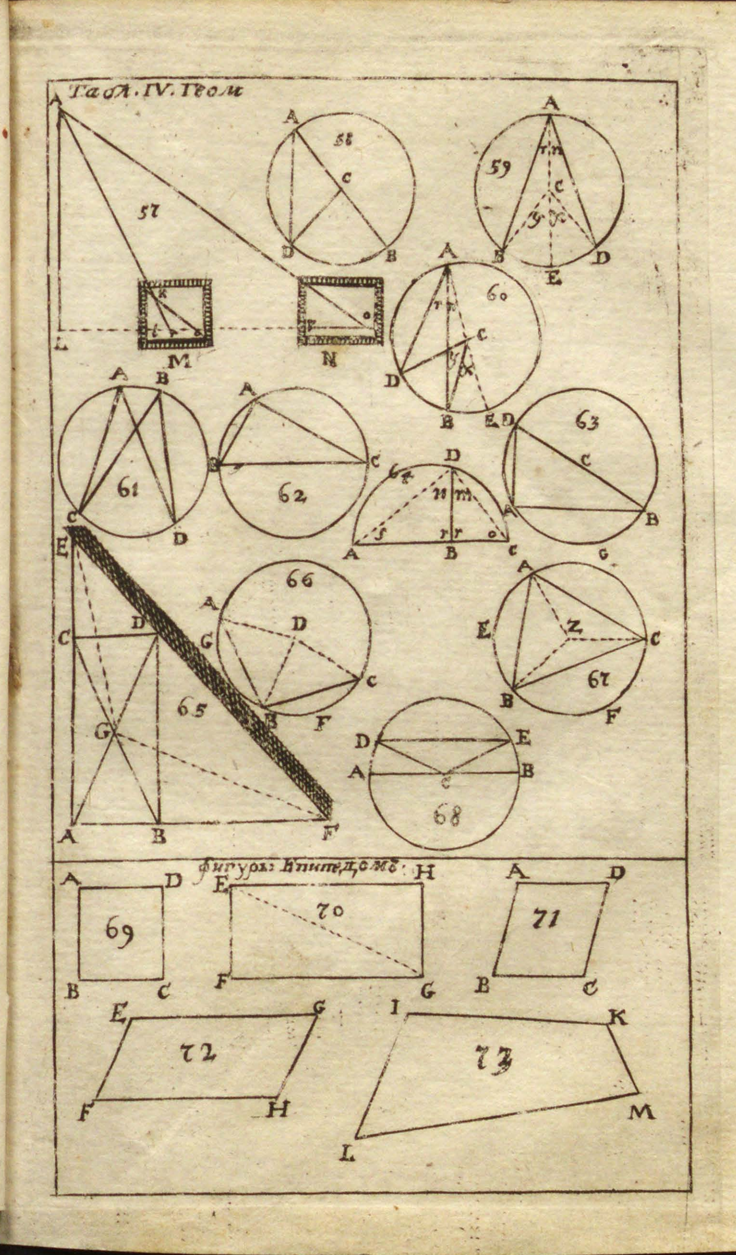


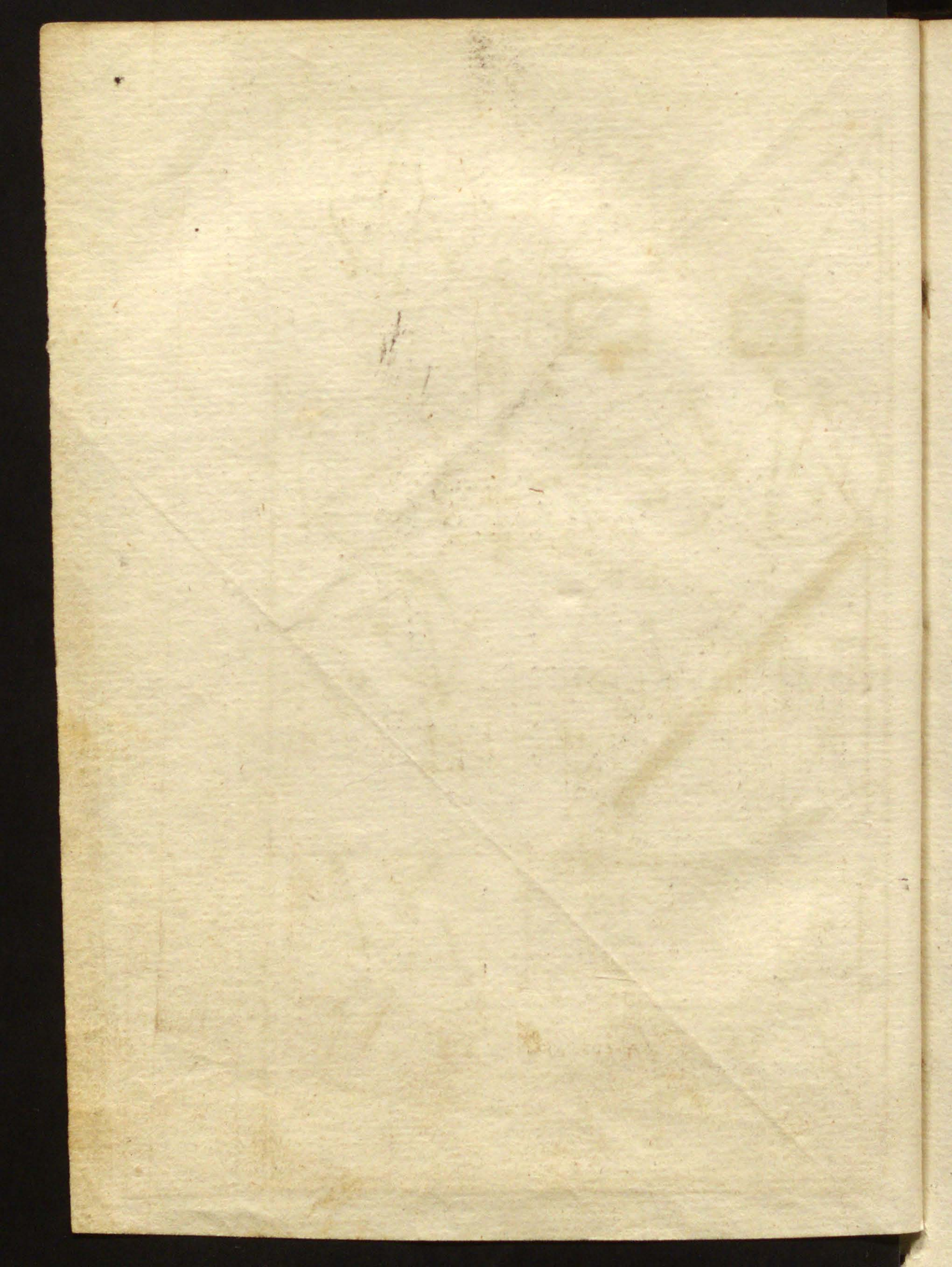
Табл. I. Геом.
A B
2
C D
B D
4
A C
E B A C 1 F D
3
A B
5
C D
E
6
G F
7
9
A
13
C B D
D
B
10
A C
11
1 14 A D B
D
15
A C B
16
A C B
E
A
17
B C G
G E
F
A
18
B C
19
D
20
A C B
A
21
X Y
C B D
C
23
B A
F
24
D E
H
25
G I

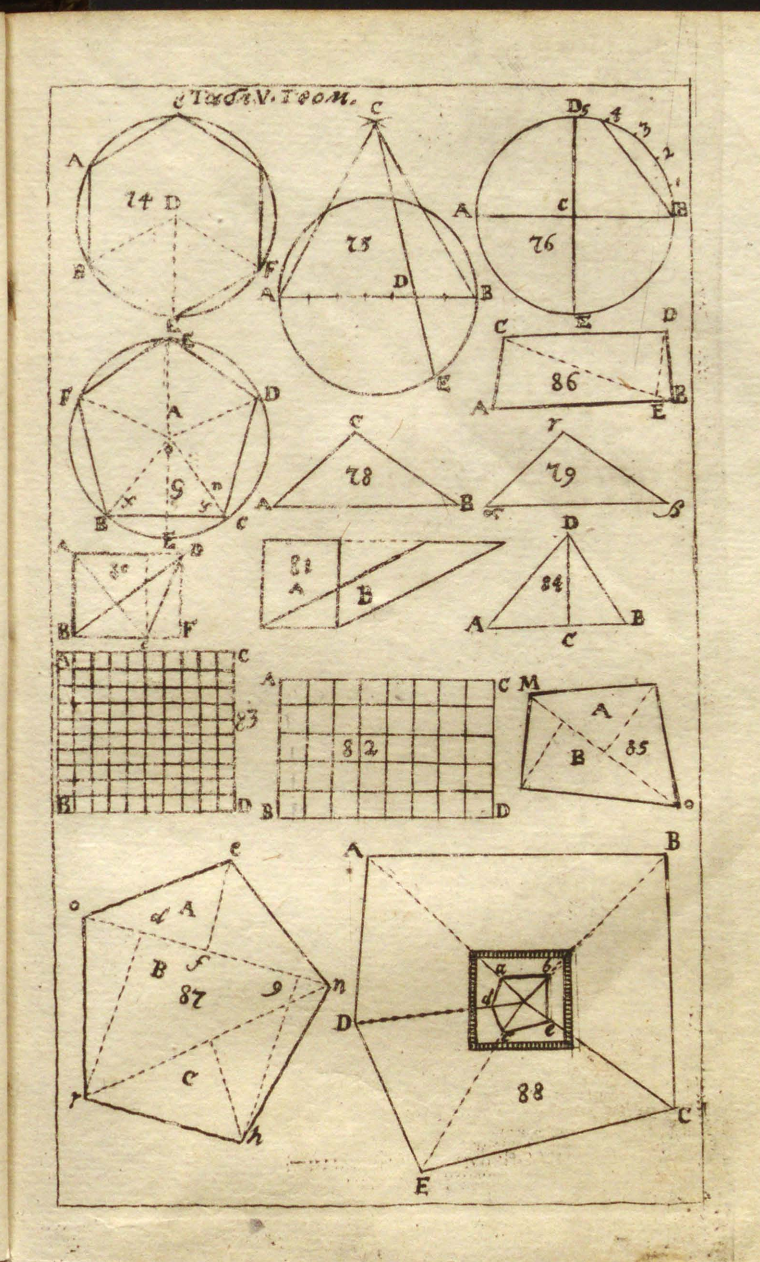


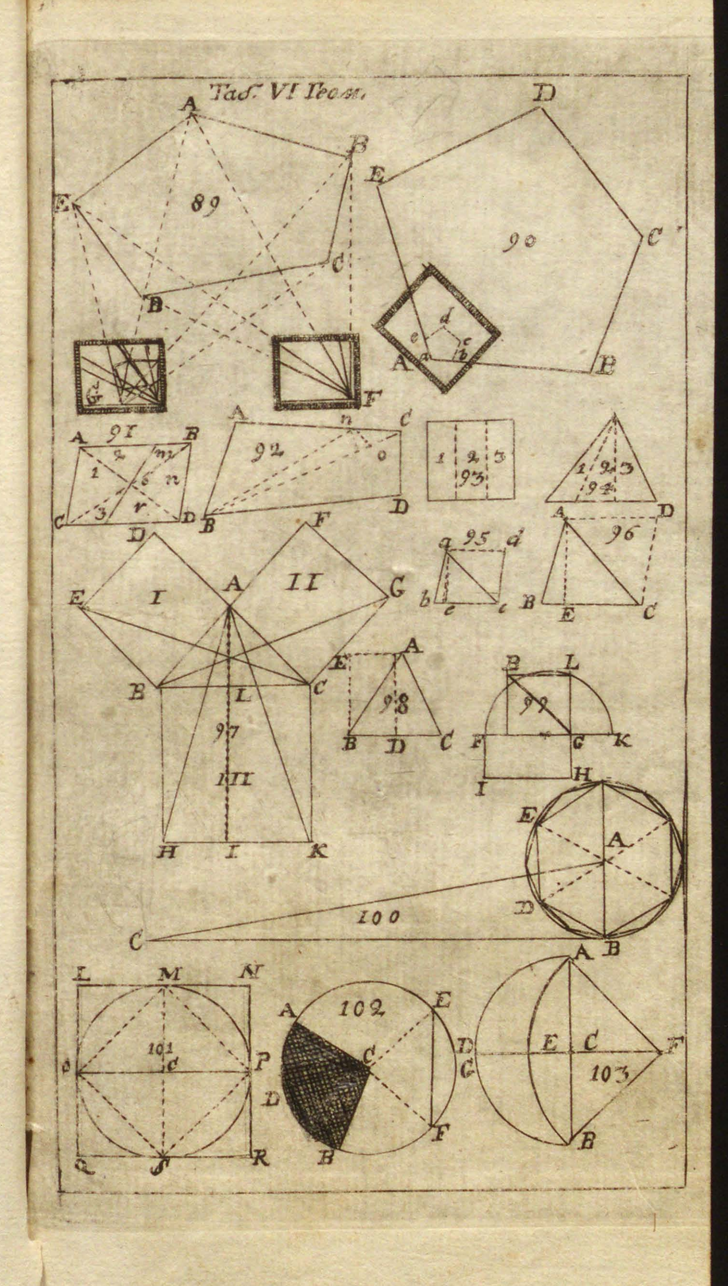
Tab. II. Geom.
26
28
29.
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47

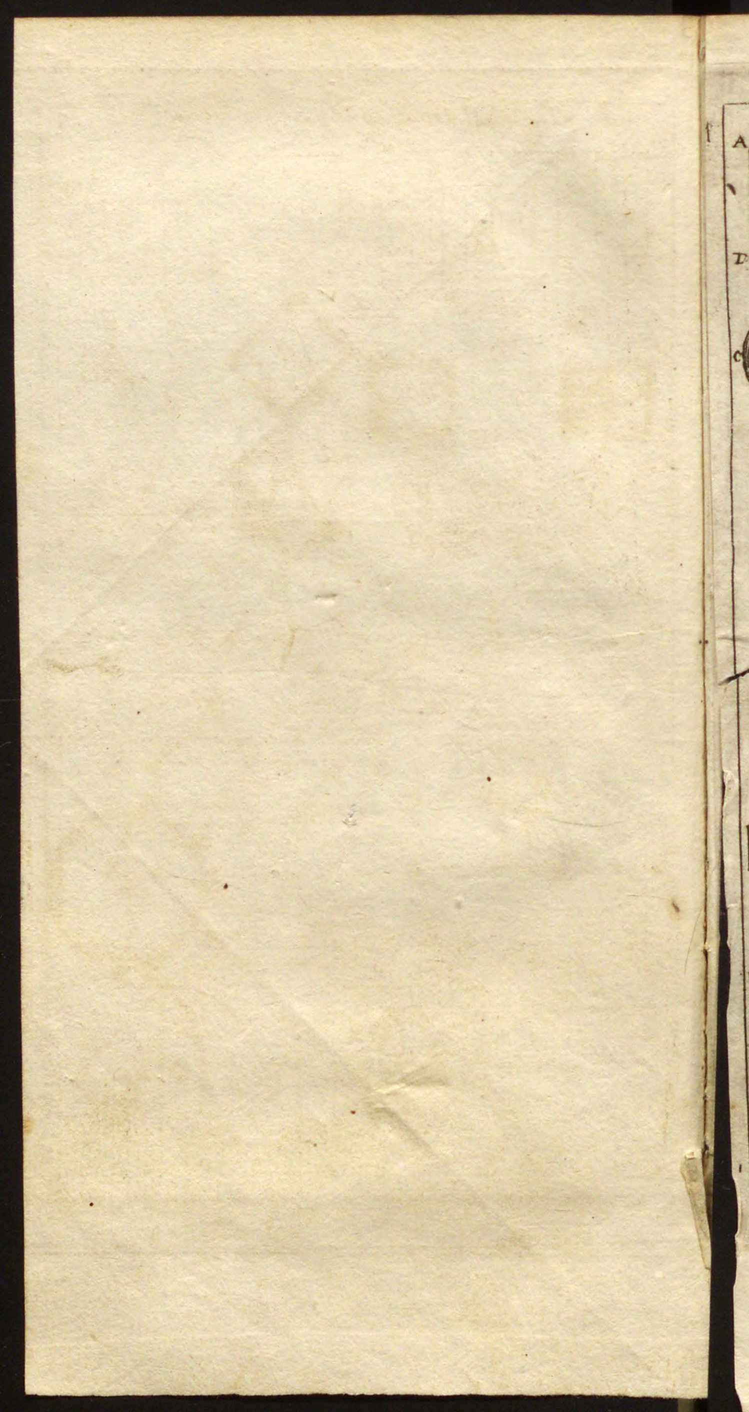

Табл. III. Геом.
A
B
10
20
30
40
50
A
B
49
C
F
G
D
E
I
M
50
A
L
C
n
x
o
B
H
D
x
o
n
51
I
F
K
G
A
52
m
c
B
A
B
D
F
C
E
G
H
53
I
K
L
A
B
54
n
D
C
A
55
F
G
D
B
C
E
H
56
a
c
b
B
c

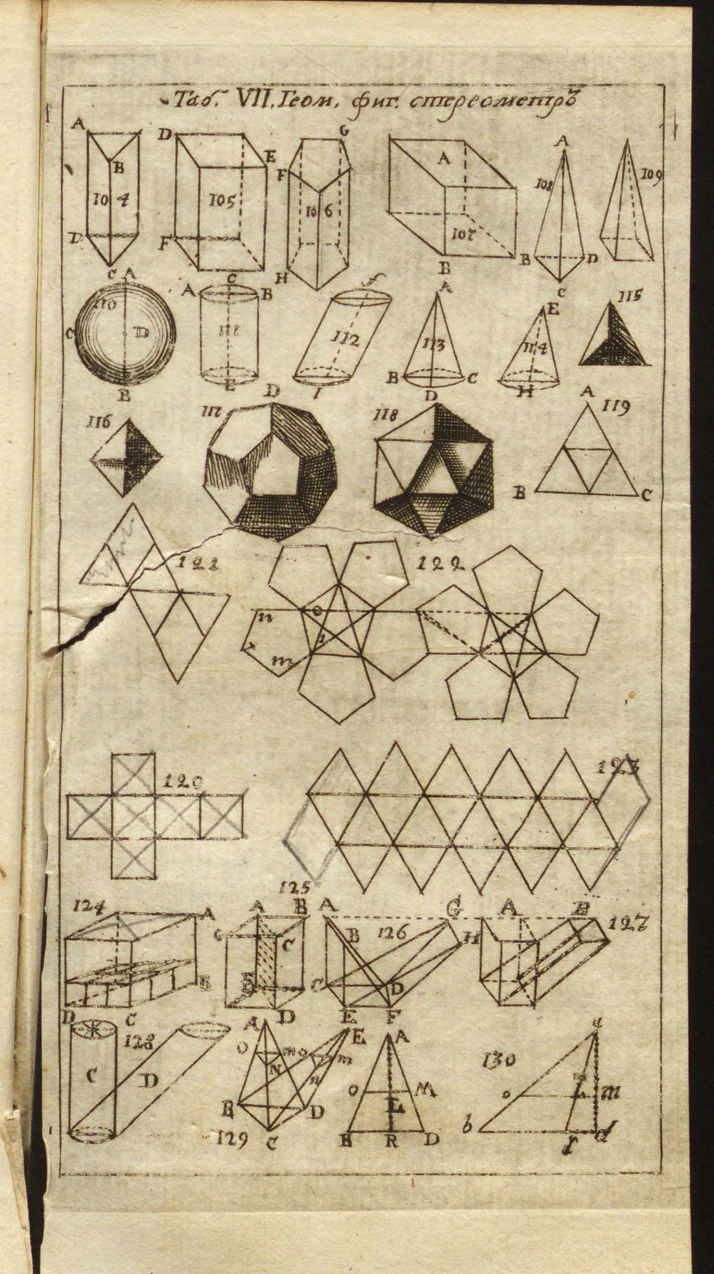

Табл. IV. Геом
фигуры Епипедомъ

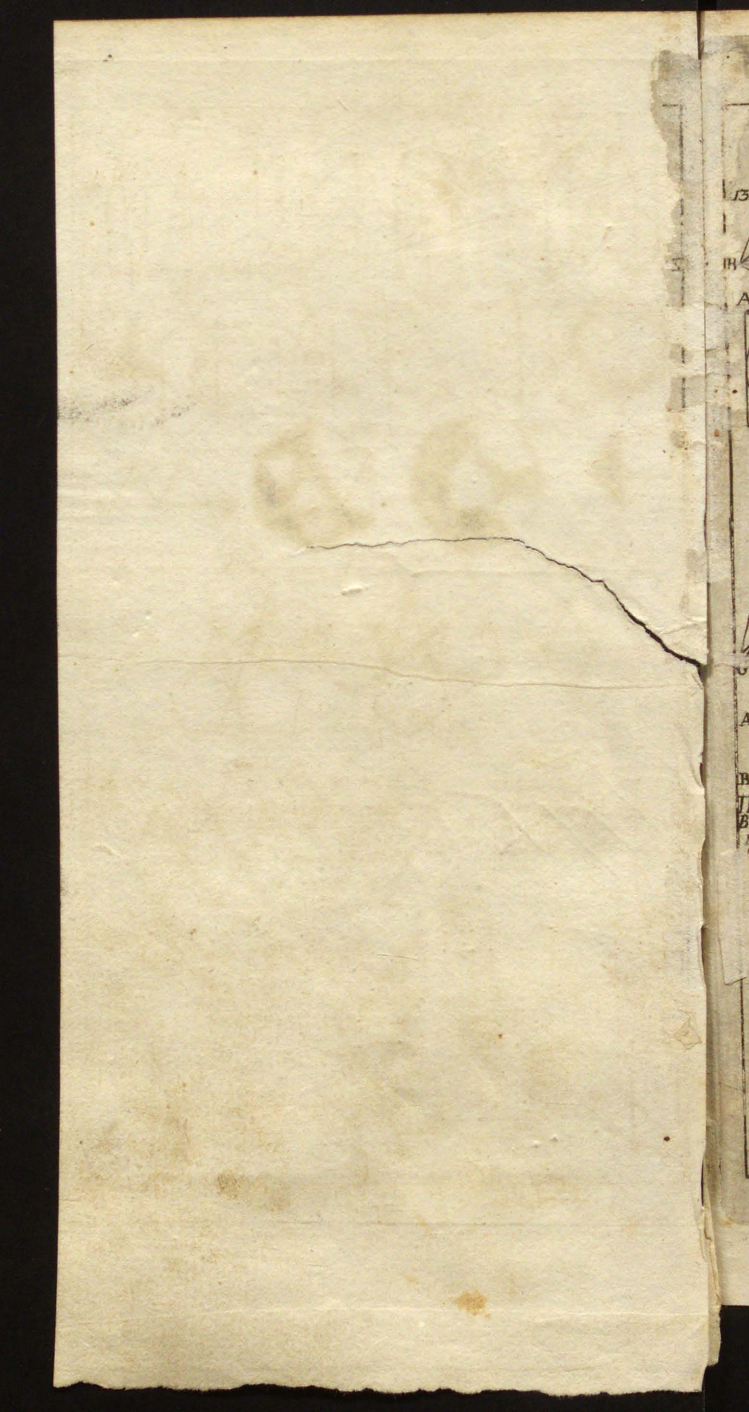


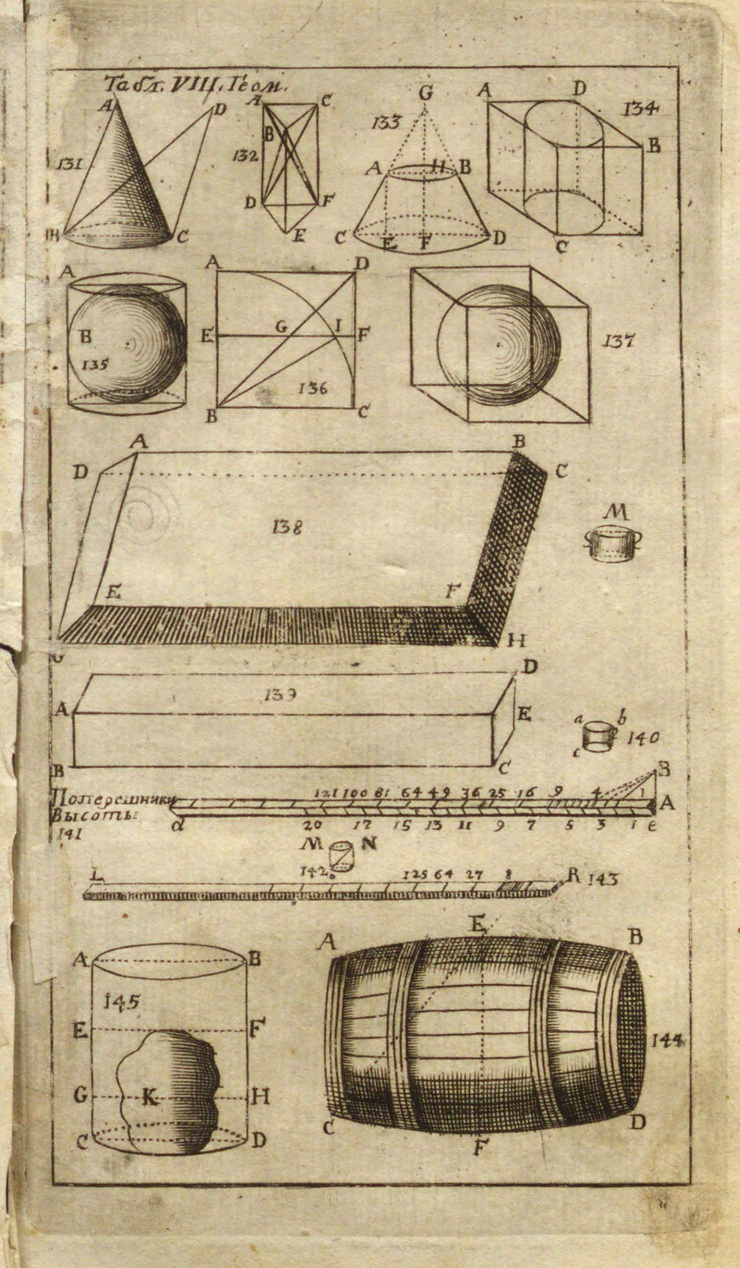



Tab. VI Geom.
89
90
91
92
93
94
95
96
I
II
97
III
98
99
100
101
102
103




Таб. VII. Геом. фиг. стереометръ




Таб. VIII. Геом.
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
Поперешники
Высоты
141
142
143
144
145

Инв. 7341